Περιοδικές και δακτυλιοειδείς χιμαιρικές καταστάσεις σε συζευγμένους ταλαντωτές Ολοκλήρωσης-Πυροδότησης.

Θεόδωρος Κασιμάτης

ΔΗΜΟΚΡΙΤΟΣ
ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΕΡΕΥΝΑΣ ΦΥΣΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

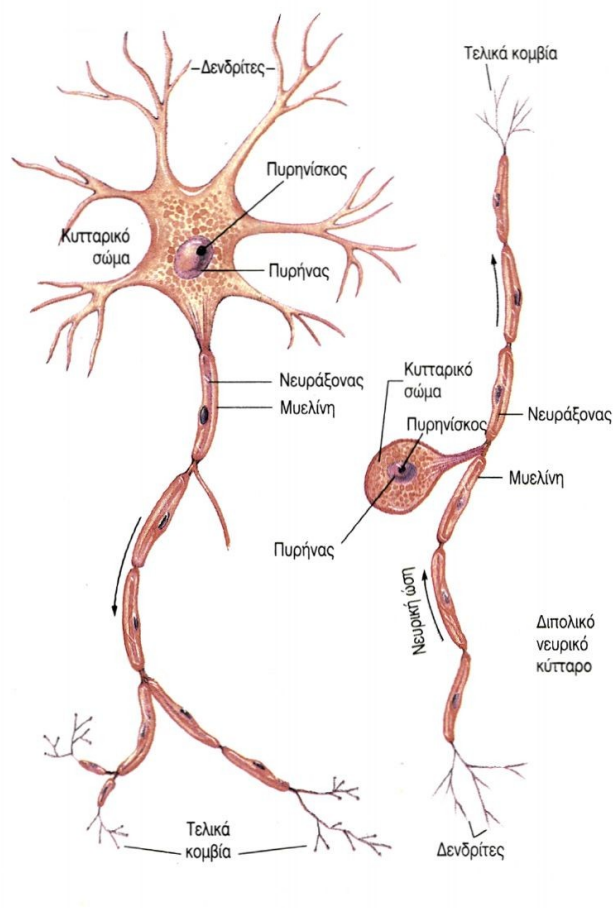
Περίληψη:

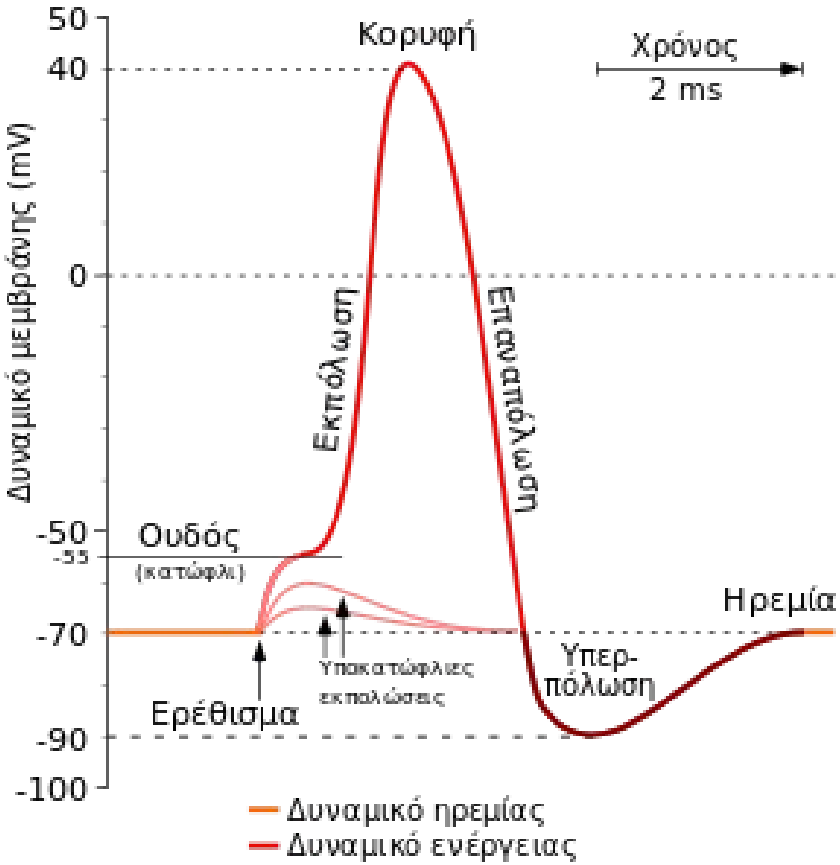
- Εισαγωγή-Παρακίνηση
- Νευρώνες Εγκεφάλου
- Χιμαιρικές καταστάσεις
- Το μοντέλο (LIF)
- Προσομοιώσεις σε 1Δ
- Προσομοιώσεις σε 2Δ
- Συμπεράσματα-Ανοιχτά Προβλήματα

Εισαγωγή-Παρακίνηση

- Ο ανθρώπινος εγκέφαλος αποτελείται από ~86 δισ νευρώνες που σχηματίζουν ένα δίκτυο.
- Ηλεκτρικά σήματα ανταλλάσσονται μεταξύ των νευρώνων μέσα στο δίκτυο αυτό.
- Εμφανίζονται φαινόμενα συγχρονισμού στο δίκτυο των νευρώνων.
- Τα φαινόμενα συγχρονισμού έχουν σχέση με λειτουργίες όπως η μνήμη και η μάθηση αλλά και με ασθένειες όπως η επιληψία.

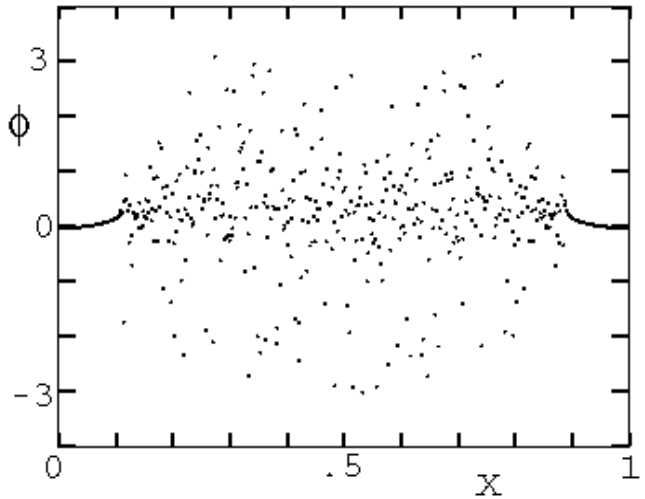
Νευρώνες εγκεφάλου

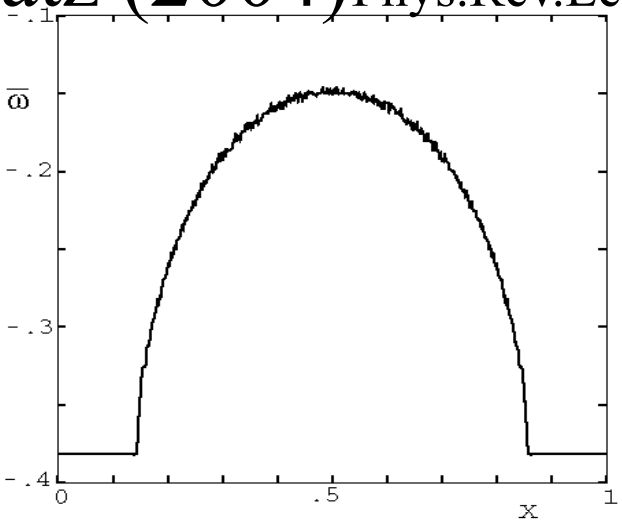




Χιμαιρικές Καταστάσεις

- Ένα από τα πιο ενδιαφέροντα φαινόμενα συγχρονισμού είναι η δημιουργία χιμαιρικών καταστάσεων.
- Χιμαιρικές Καταστάσεις: Ταυτόχρονη ύπαρξη χωροχρονικών συγχρονισμένων και ασυγχρόνιστων περιοχών
- Y. Kuramoto and D. Battogtokh (2002)Nonlinear Phenom. Complex Syst.
- M.Abrams and H.Strogatz (2004)Phys.Rev.Let.



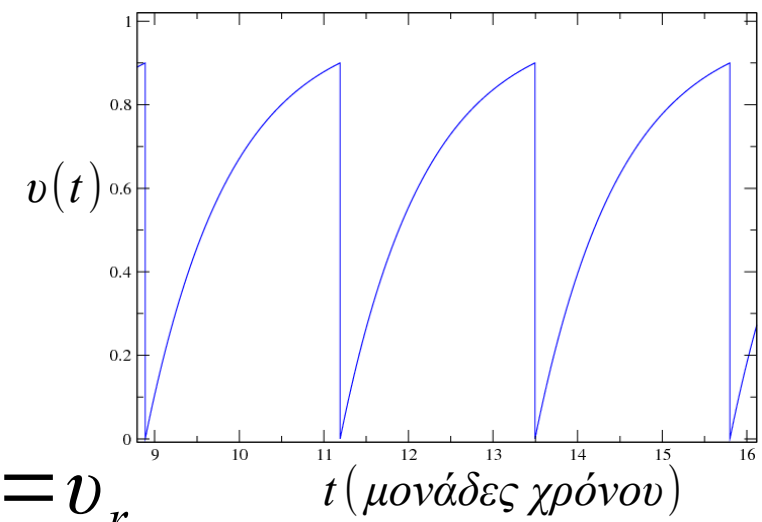


Το Μοντέλο

- Χρησιμοποιούμε τροποποιημένο το μοντέλο Leaky Integrate and Fire (LIF). (Louis Lapicque 1907)
- Το βασικό μοντέλο αποτελείται από την σχέση και την συνθήκη που ακολουθούν:

$$\tau_m \frac{dv}{dt} = -v(t) + RI(t)$$

$$Αν\ v(t) \geq v_{th} \ \rightarrow \ Τότε:\ v(t+dt) = v_r$$



Gl. Gerstein, B. Mandelbrot (1964) Biophys.J.
M. J. Panaggio, D. M. Abrams (2015) Nonlinearity.

Υποθέσεις

Υποθέσεις

$$\tau_m \frac{dv}{dt} = -v(t) + RI(t)$$

Υποθέσεις

$$\tau_m \frac{dv}{dt} = -v(t) + RI(t)$$

$$\frac{dv}{dt} = -v(t) + m$$

Υποθέσεις

$$\tau_m \frac{d\upsilon}{dt} = -\upsilon(t) + RI(t)$$

- Σταθερά χρόνου $\tau_m = 1$

$$\frac{d\upsilon}{dt} = -\upsilon(t) + m$$

Υποθέσεις

$$\tau_m \frac{dv}{dt} = -v(t) + RI(t)$$

- Σταθερά χρόνου $\tau_m = 1$
- Το εξωτερικό ερέθισμα είναι σταθερό I(t)=I

$$\frac{dv}{dt} = -v(t) + m$$

Υποθέσεις

$$\tau_m \frac{dv}{dt} = -v(t) + RI(t)$$

- Σταθερά χρόνου $\tau_m = 1$
- Το εξωτερικό ερέθισμα είναι σταθερό I(t)=I
- RI=m

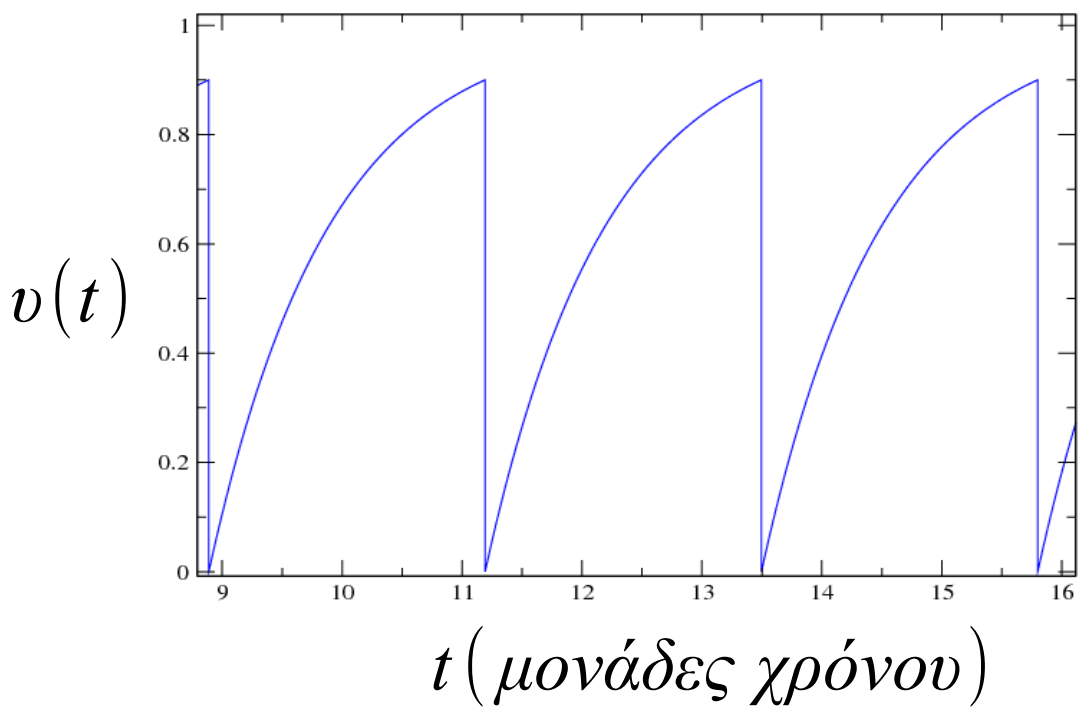
$$\frac{dv}{dt} = -v(t) + m$$

Υποθέσεις

$$\tau_m \frac{dv}{dt} = -v(t) + RI(t)$$

- Σταθερά χρόνου $\tau_m = 1$
- Το εξωτερικό ερέθισμα είναι σταθερό I(t)=I
- RI=m

$$\frac{dv}{dt} = -v(t) + m$$



Μη τοπική συνδεσμολογία

Μη τοπική συνδεσμολογία

$$\frac{dv}{dt} = -v(t) + m$$

Μη τοπική συνδεσμολογία

$$\frac{dv}{dt} = -v(t) + m$$

$$\frac{dv_i}{dt} = -v_i(t) + m + \frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R} \sigma_{ij}[v_i(t) - v_j(t)]$$

Μη τοπική συνδεσμολογία

$$\frac{dv}{dt} = -v(t) + m$$

- Αν σ_{ij} : *Σταθερά σύζευξης*

$$\frac{dv_i}{dt} = -v_i(t) + m + \frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R} \sigma_{ij}[v_i(t) - v_j(t)]$$

Μη τοπική συνδεσμολογία

$$\frac{dv}{dt} = -v(t) + m$$

- Αν σ_{ij} : *Σταθερά σύζευξης*
- $v_i(t)$: *Δυναμικό του νευρώνα όπου εστιάζουμε*

$$\frac{dv_i}{dt} = -v_i(t) + m + \frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R} \sigma_{ij}[v_i(t) - v_j(t)]$$

Μη τοπική συνδεσμολογία

$$\frac{dv}{dt} = -v(t) + m$$

- Αν σ_{ij} : *Σταθερά σύζευξης*
- $v_i(t)$: *Δυναμικό του νευρώνα όπου εστιάζουμε*
- $v_j(t)$: *Δυναμικό αλληλεπιδρόντων νευρώνων*

$$\frac{dv_i}{dt} = -v_i(t) + m + \frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R} \sigma_{ij}[v_i(t) - v_j(t)]$$

Μη τοπική συνδεσμολογία

$$\frac{dv}{dt} = -v(t) + m$$

- Αν σ_{ij} : *Σταθερά σύζευξης*
- $v_i(t)$: *Δυναμικό του νευρώνα όπου εστιάζουμε*
- $v_j(t)$: *Δυναμικό αλληλεπιδρόντων νευρώνων*
- NR: Αριθμός αλληλεπιδρόντων νευρώνων

$$\frac{dv_i}{dt} = -v_i(t) + m + \frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R} \sigma_{ij}[v_i(t) - v_j(t)]$$

Μη τοπική συνδεσμολογία

$$\frac{dv}{dt} = -v(t) + m$$

- Αν σ_{ij} : *Σταθερά σύζευξης*
- $v_i(t)$: *Δυναμικό του νευρώνα όπου εστιάζουμε*
- $v_j(t)$: *Δυναμικό αλληλεπιδρόντων νευρώνων*
- NR: Αριθμός αλληλεπιδρόντων νευρώνων
- Όρος αλληλεπίδρασης: $\frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R}\sigma_{ij}[v_i(t) - v_j(t)]$

$$\frac{dv_i}{dt} = -v_i(t) + m + \frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R}\sigma_{ij}[v_i(t) - v_j(t)]$$

Περαιτέρω υποθέσεις

Περαιτέρω υποθέσεις

Σταθερά αλληλεπίδρασης $\sigma_{ij} = \begin{cases} \sigma & \text{για τους αλληλεπιδρώντες νευρώνες} \\ 0 & \text{για όλους τους υπόλοιπους νευρώνες} \end{cases}$

Περαιτέρω υποθέσεις

Σταθερά αλληλεπίδρασης $\sigma_{ij} = \begin{cases} \sigma & \text{για τους αλληλεπιδρώντες νευρώνες} \\ 0 & \text{για όλους τους υπόλοιπους νευρώνες} \end{cases}$

- Χρόνος εφησύχασης: t_{ref}

Περαιτέρω υποθέσεις

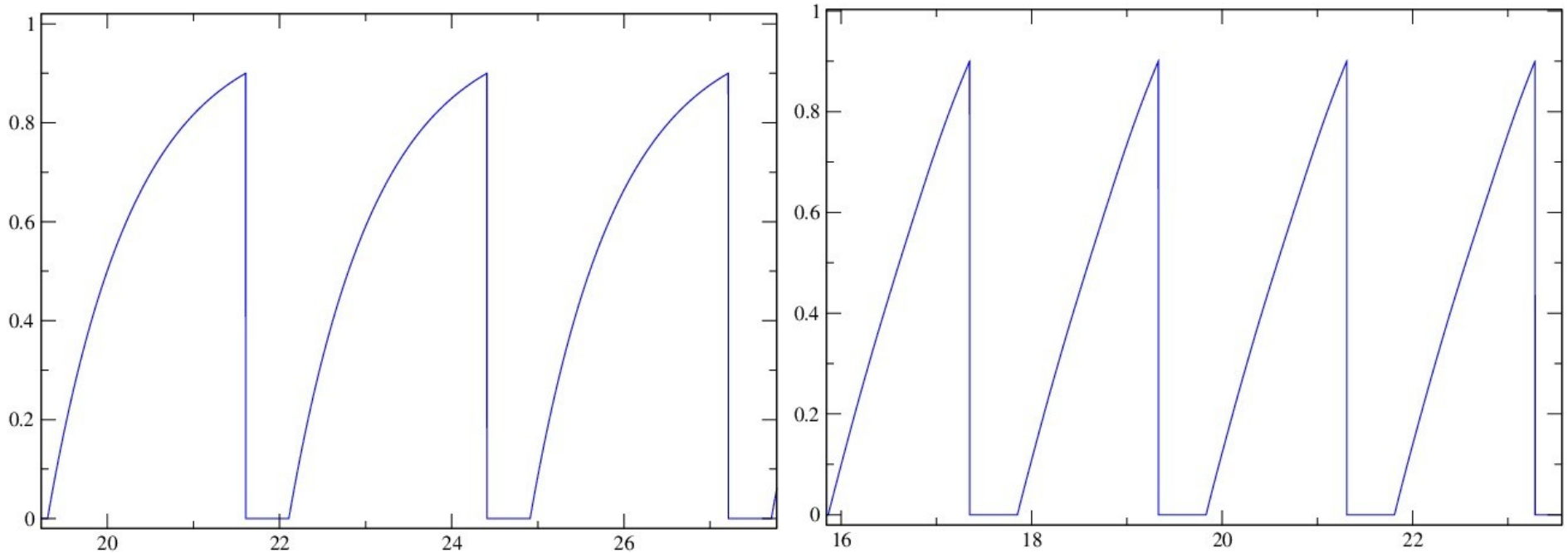
Σταθερά αλληλεπίδρασης $\sigma_{ij} = \begin{cases} \sigma & \text{για τους αλληλεπιδρώντες νευρώνες} \\ 0 & \text{για όλους τους υπόλοιπους νευρώνες} \end{cases}$

- Χρόνος εφησύχασης: t_{ref}
- Δυναμικό επαναφοράς: $\upsilon_r = 0$

$$\frac{dv_i}{dt} = -v_i(t) + m + \frac{1}{N_R}\sum_{j=1}^{N_R} \sigma_{ij}[v_i(t) - v_j(t)]$$

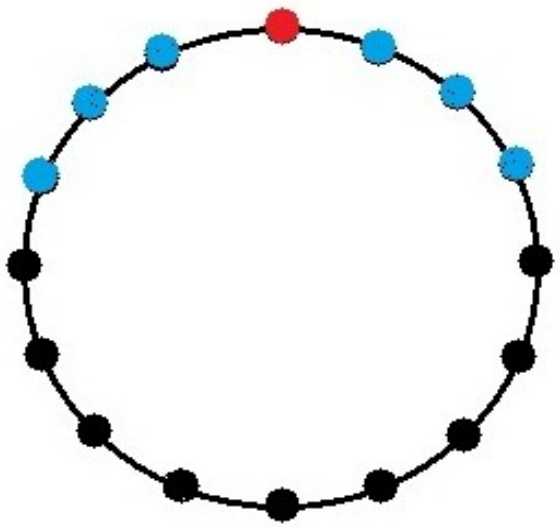
(a) απομονωμένος νευρώνας (β) συνδεδεμένος νευρώνας

$v(t)$



t (μονάδες χρόνου)

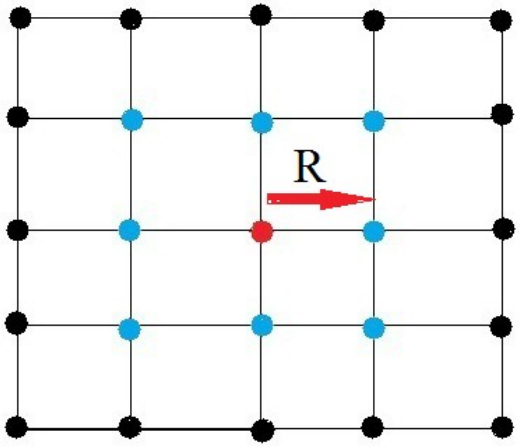
1Δ Συνδεσμολογία δικτύου



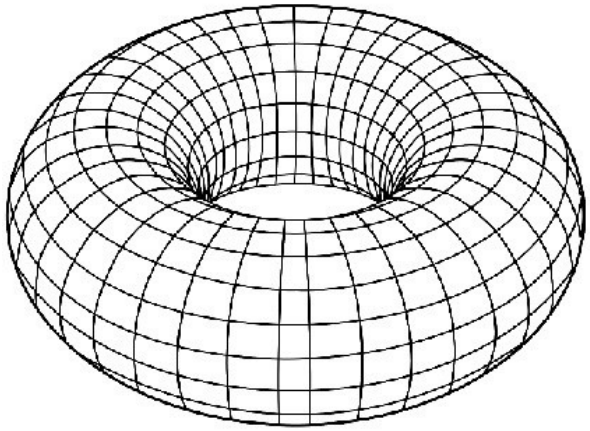
*S.Luccioli, A.Politi (2010)

*N.D. Tsigkri-DeSmedt, J. Hizanidis, P. Hövel, A. Provata (2015)

2Δ Συνδεσμολογία δικτύου



- Νευρώνας όπου εστιάζουμε
- Αλληλεπιδρώντες νευρώνες
- Μη αλληλεπιδρώντες νευρώνες

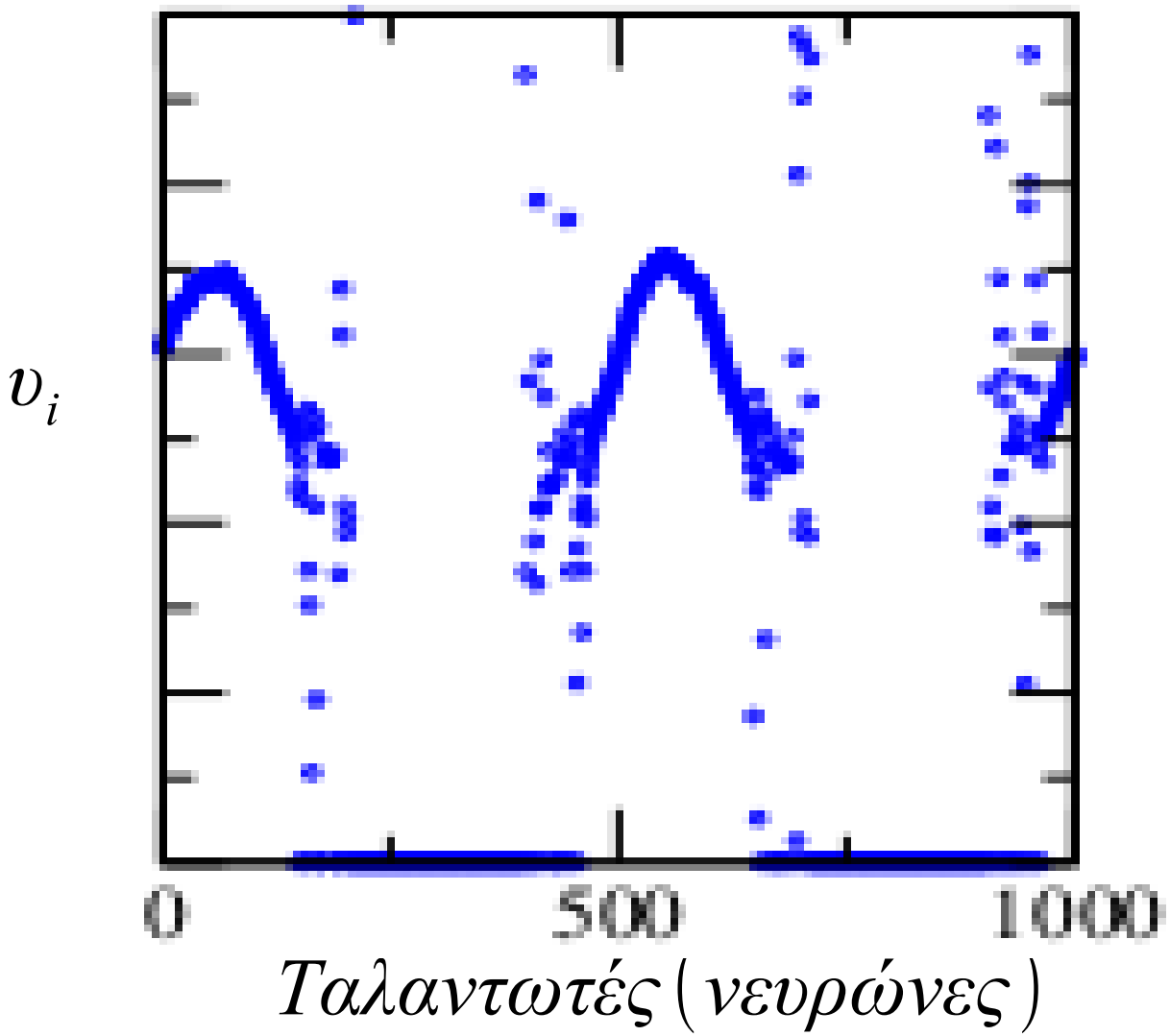


Αν επιβάλουμε περιοδικές συνοριακές συνθήκες στο παραπάνω πλέγμα παίρνουμε σαν αποτέλεσμα μία διάταξη που έχει μορφή τόρου.

*M.J.Panaggio, D.M. Abrams (2012) Phys.Rev.Let.

*O.E.Omel'chenko, M.Wolfrum, S.Yanchuk, Y.L.Maistrenko, O.Sudakov (2012) Phys.Rev.

1Δ Προσομοιώσεις



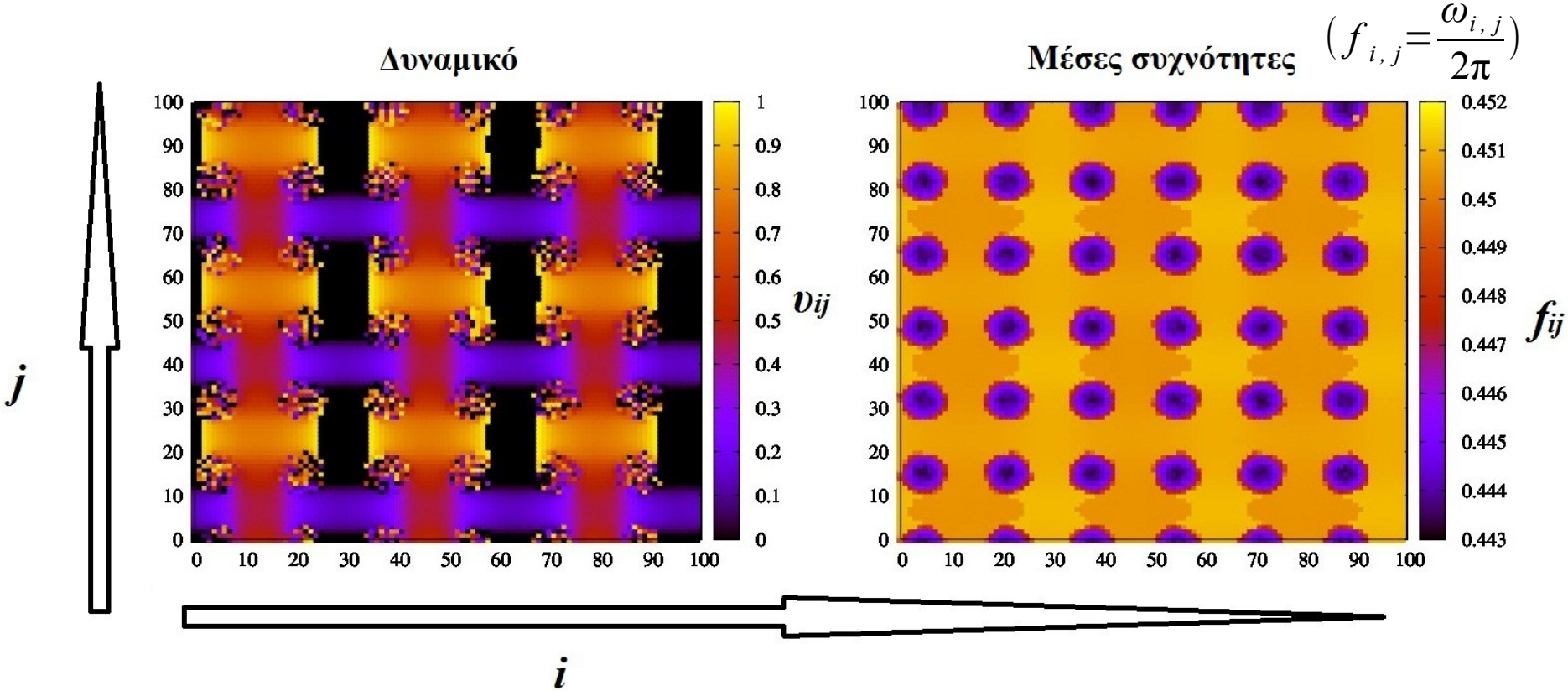
N.D.Tsigkri – DeSmedt et al. (2015)

2Δ Προσομοιώσεις

- Χιμαιρικές καταστάσεις και εξάρτησή τους από αρχικές συνθήκες
- Αριθμός αλληλεπιδρόντων νευρώνων (N_R)
- Σταθερά αλληλεπίδρασης (σ)

Χιμαιρικές καταστάσεις σε 2Δ LIF

Χιμαιρικές καταστάσεις σε 2Δ LIF



! ! εύρος συχνοτήτων

Σχηματισμός Χιμαιρικών καταστάσεων σε 2Δ LIF δίκτυο νευρώνων

Σχηματισμός Χιμαιρικών καταστάσεων σε 2Δ LIF δίκτυο νευρώνων

Διερεύνηση

- Έγινε διερεύνηση για τις παραμέτρους :

  σ : σταθερά αλληλεπίδρασης

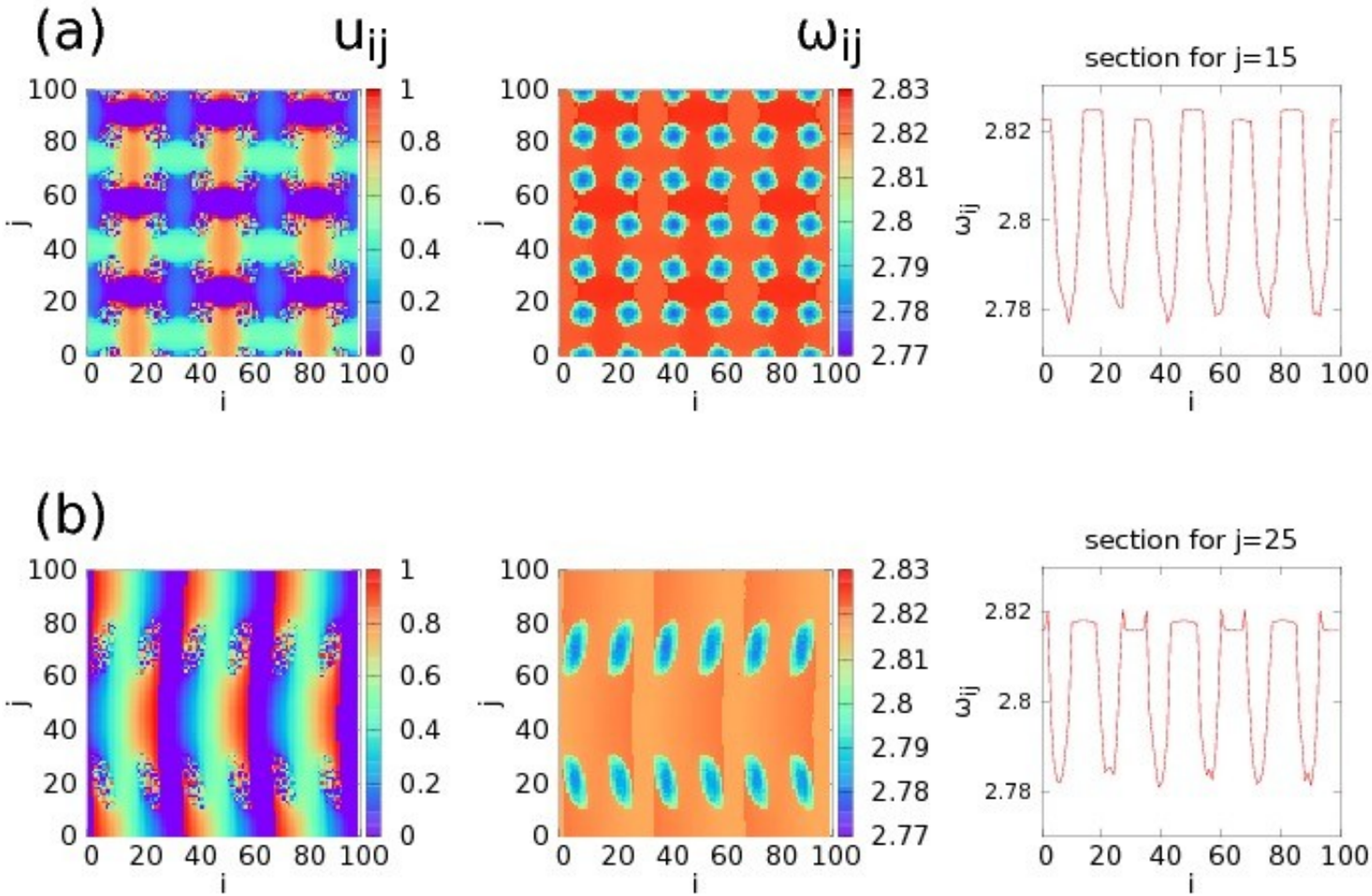
  N_R: αριθμός αλληλεπιδρόντων γειτόνων

- Οι τιμές των υπόλοιπων παραμέτρων σε όλες τις προσομοιώσεις ήταν: N=100 , υ_{th}=0.98 , m=1 ,

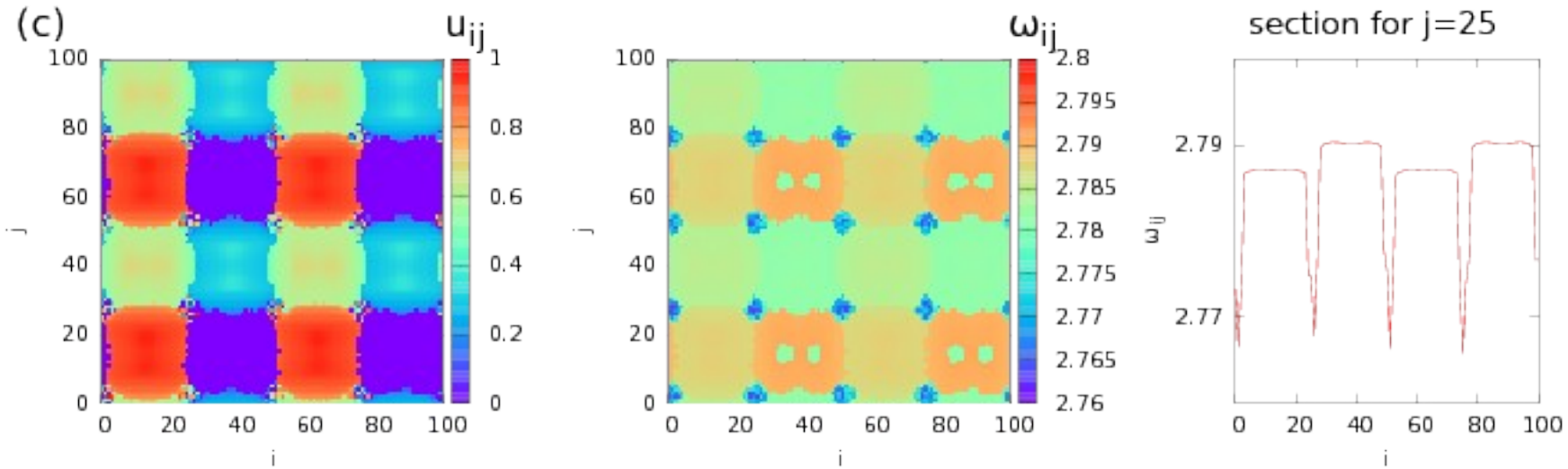
  t_{ref}=500dt=0.5 (22%Ts)

- Εμφανίστηκαν τέσσερις ποιοτικά διαφορετικές δομές

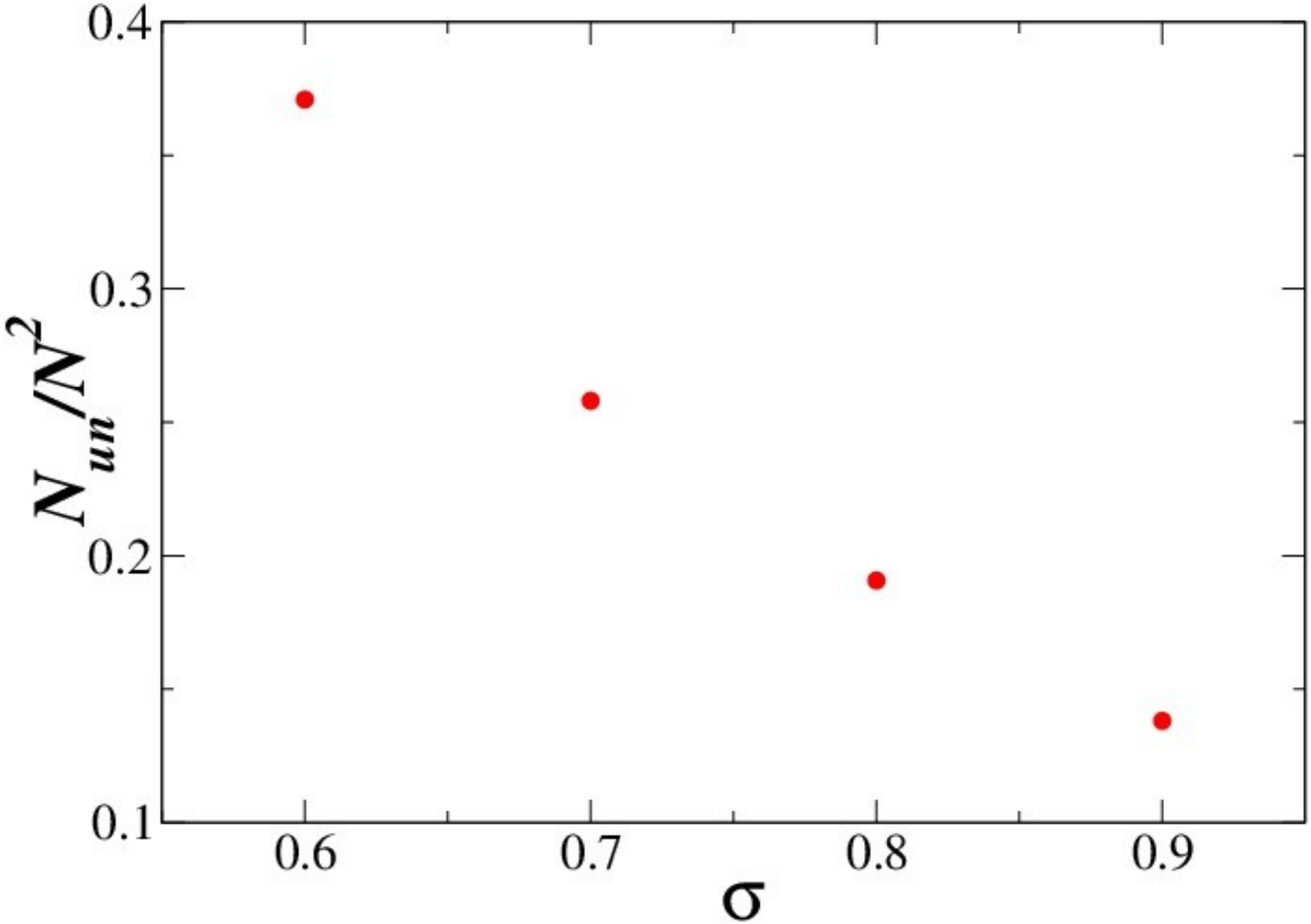
Για σ=0,6 έως 0,9 και Nr κοντά στο 2600 αλλάζοντας μόνο αρχικές συνθήκες



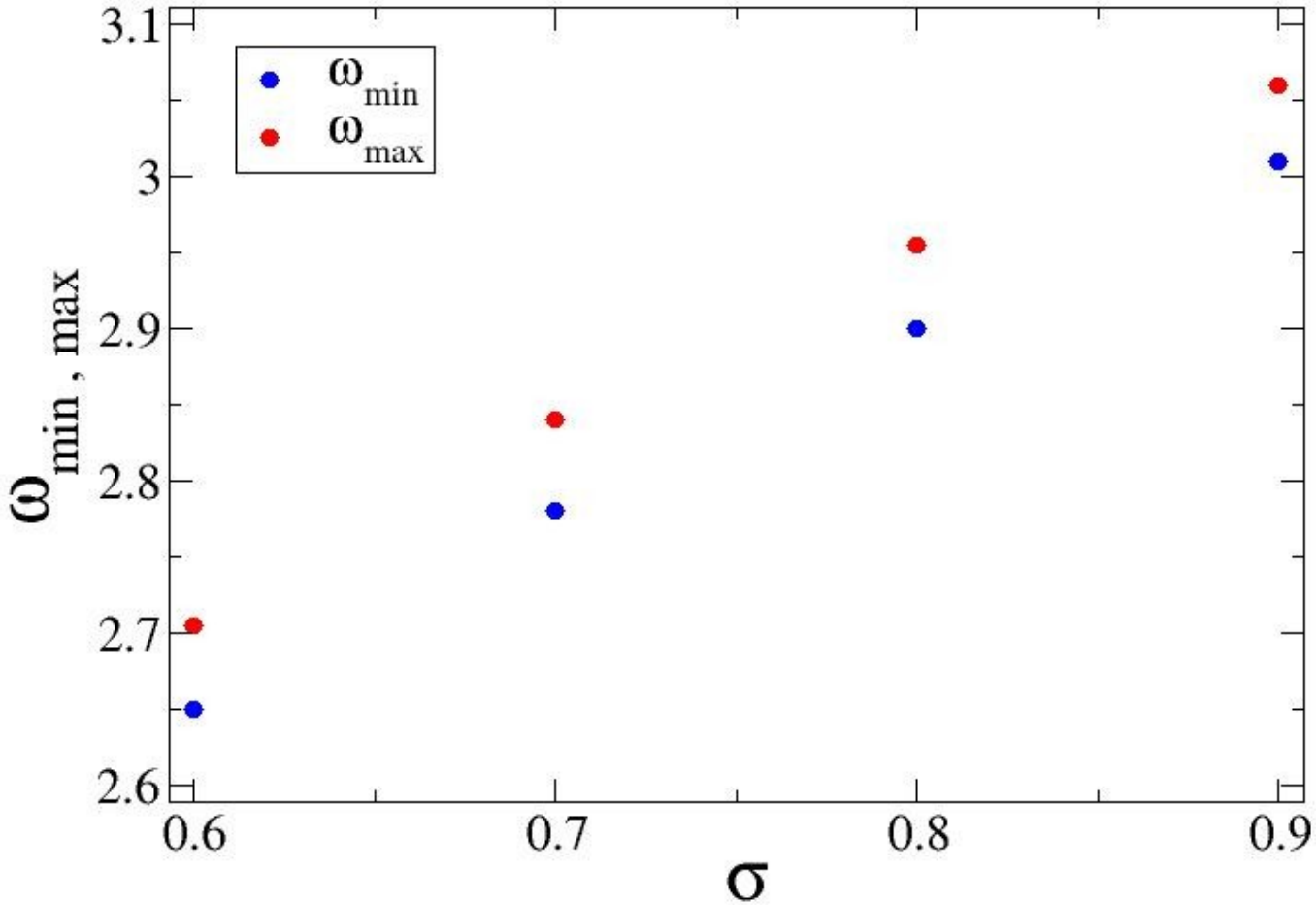
Για σ=0,7 έως 0,9 και
Nr κοντά στο 8280



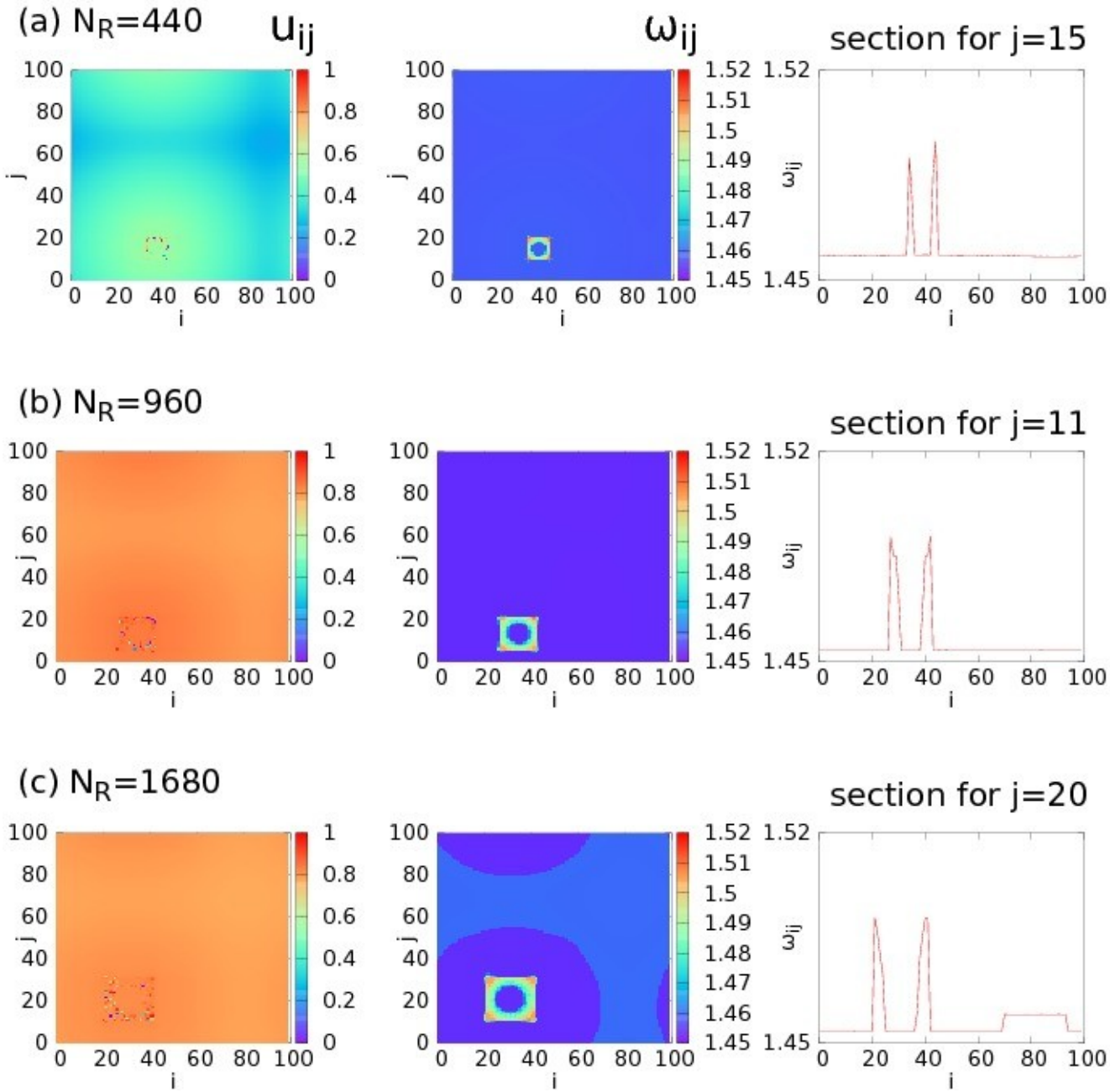
Σμίκρυνση ασυγχρόνιστων περιοχών με αύξηση της σταθεράς αλληλεπίδρασης



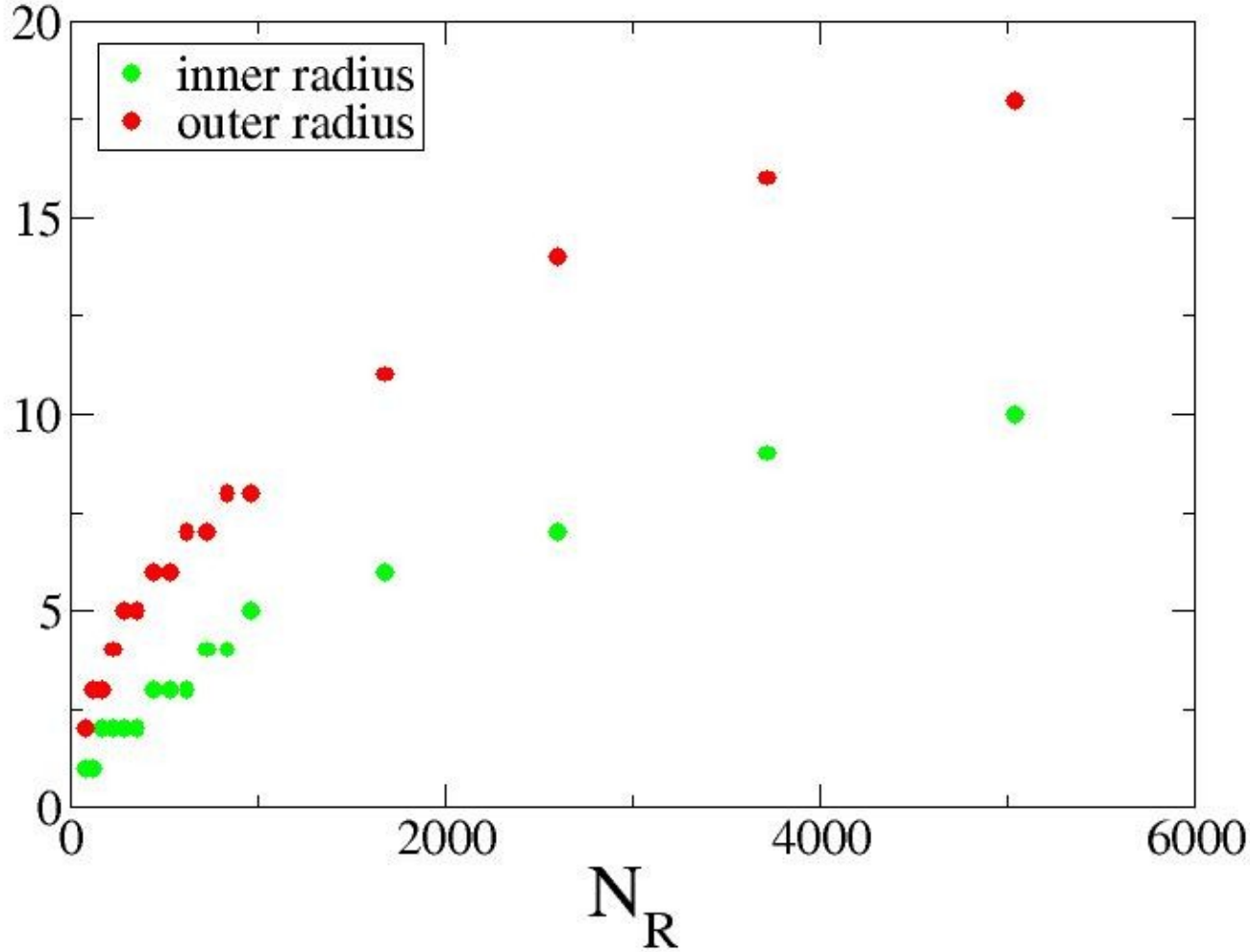
Αύξηση συχνοτήτων με αύξηση σταθεράς αλληλεπίδρασης



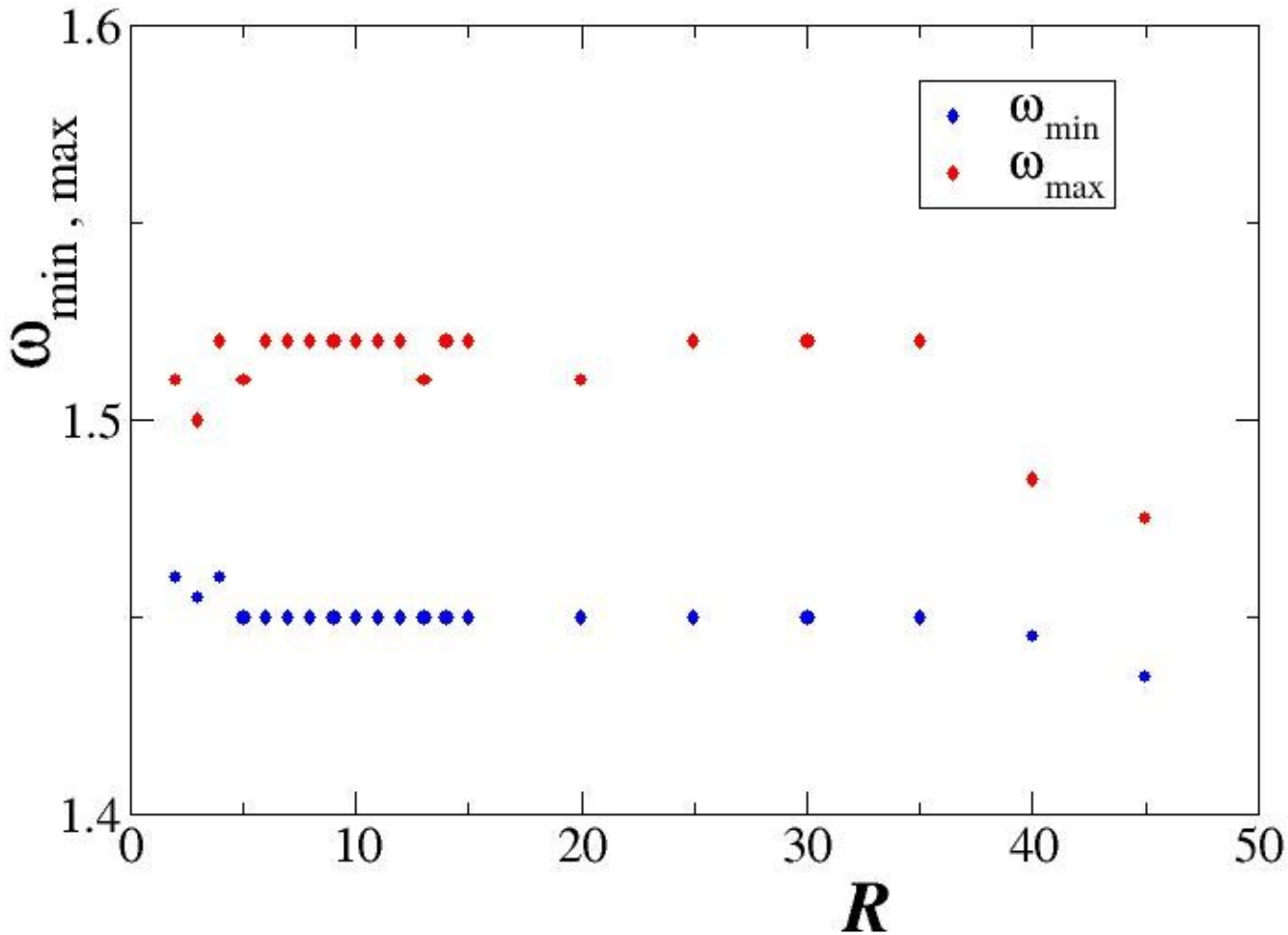
Για σ=0,1 και 0,2 με N_R από 81 έως 5041



Αύξηση μεγέθους του δακτυλίου με αύξηση της περιοχής αλληλεπίδρασης



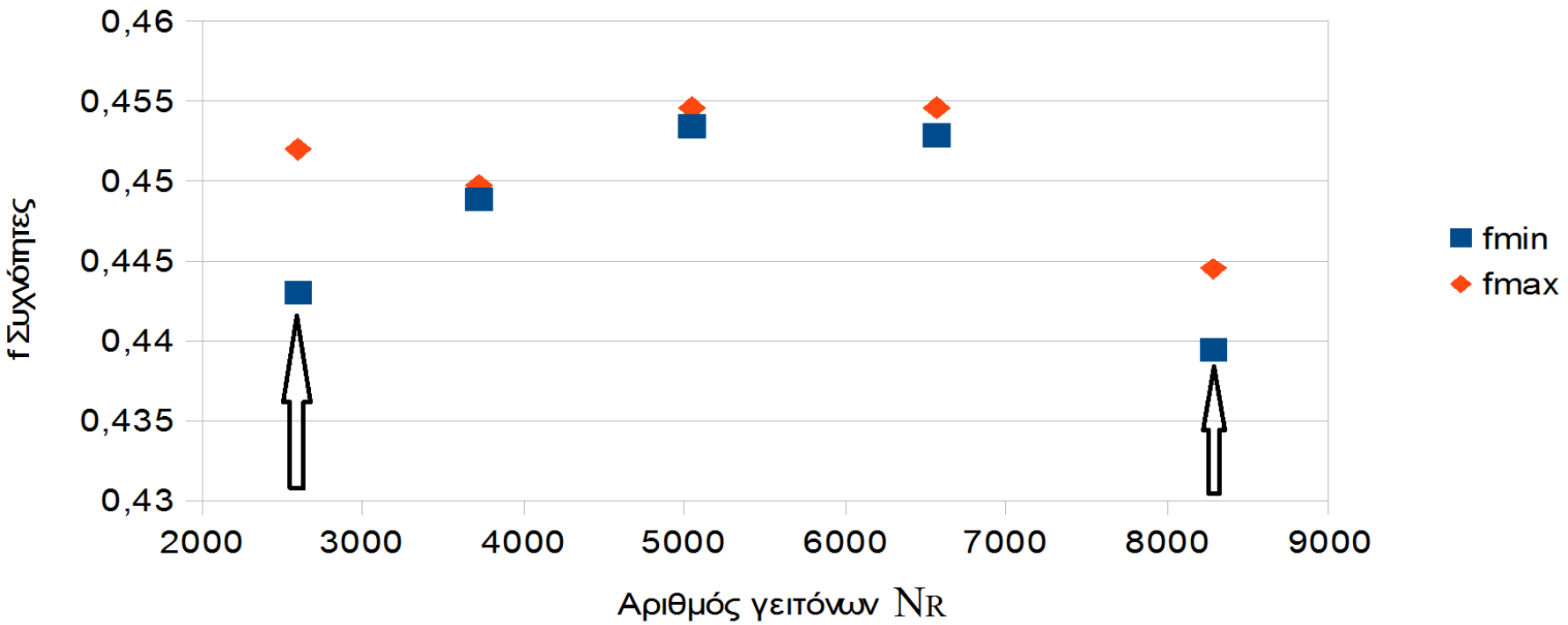
Οι συχνότητες μένουν σταθερές με αύξηση της περιοχής αλληλεπίδρασης



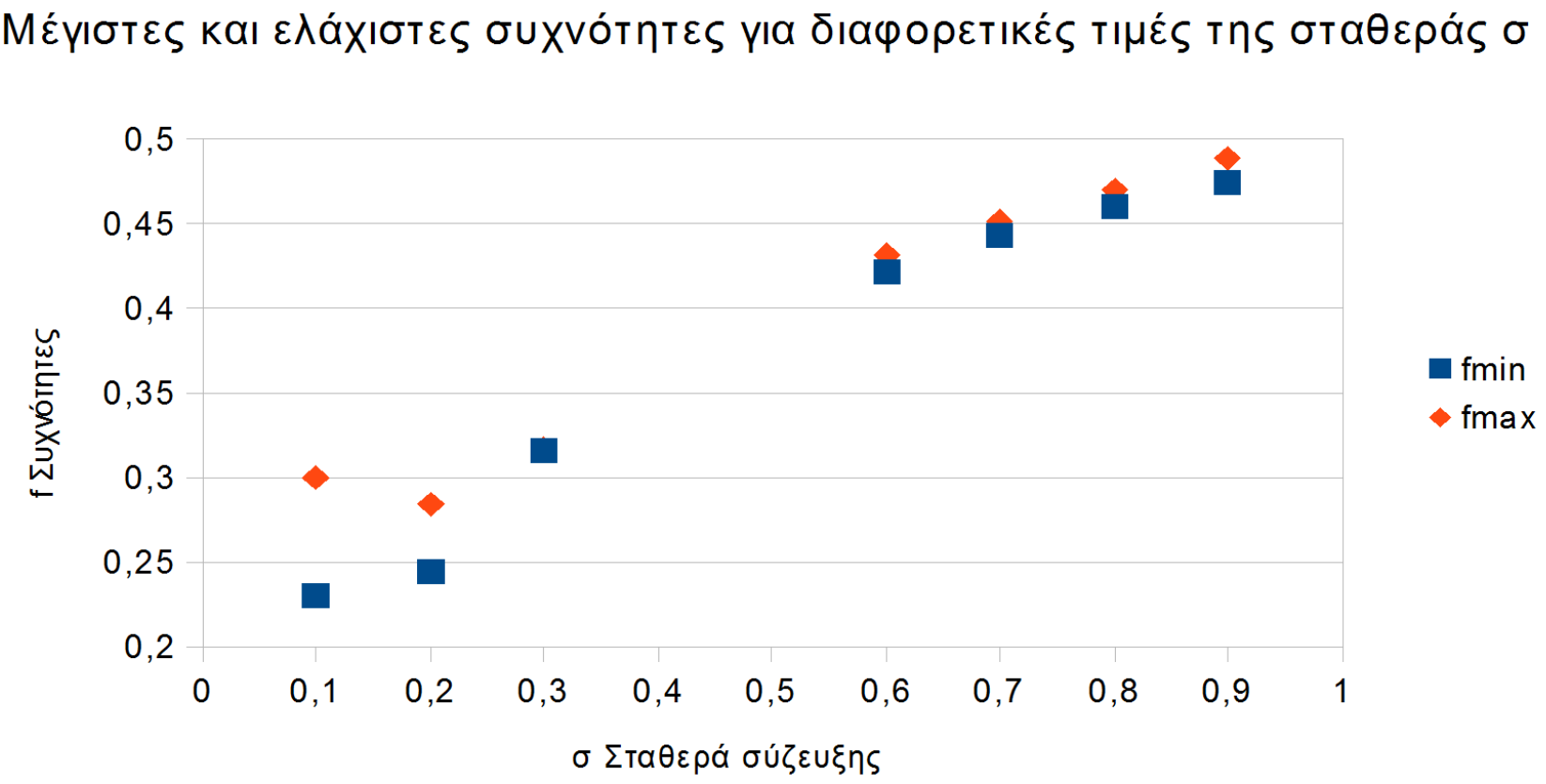
Γενική παρατήρηση:
Όταν εμφανίζεται χιμαιρική κατάσταση
το εύρος συχνοτήτων είναι μεγαλύτερο

- Όταν εμφανίζεται χιμαιρική κατάσταση το εύρος συχνοτήτων είναι μεγαλύτερο

Μέγιστες και ελάχιστες παρατηρούμενες συχνότητες για διάφορες τιμές του N_R



- Όταν εμφανίζεται χιμαιρική κατάσταση το εύρος συχνοτήτων είναι μεγαλύτερο



Η δομή για λιγότερους αλληλεπιδρόντες νευρώνες εμπεριέχει προηγούμενες δομές

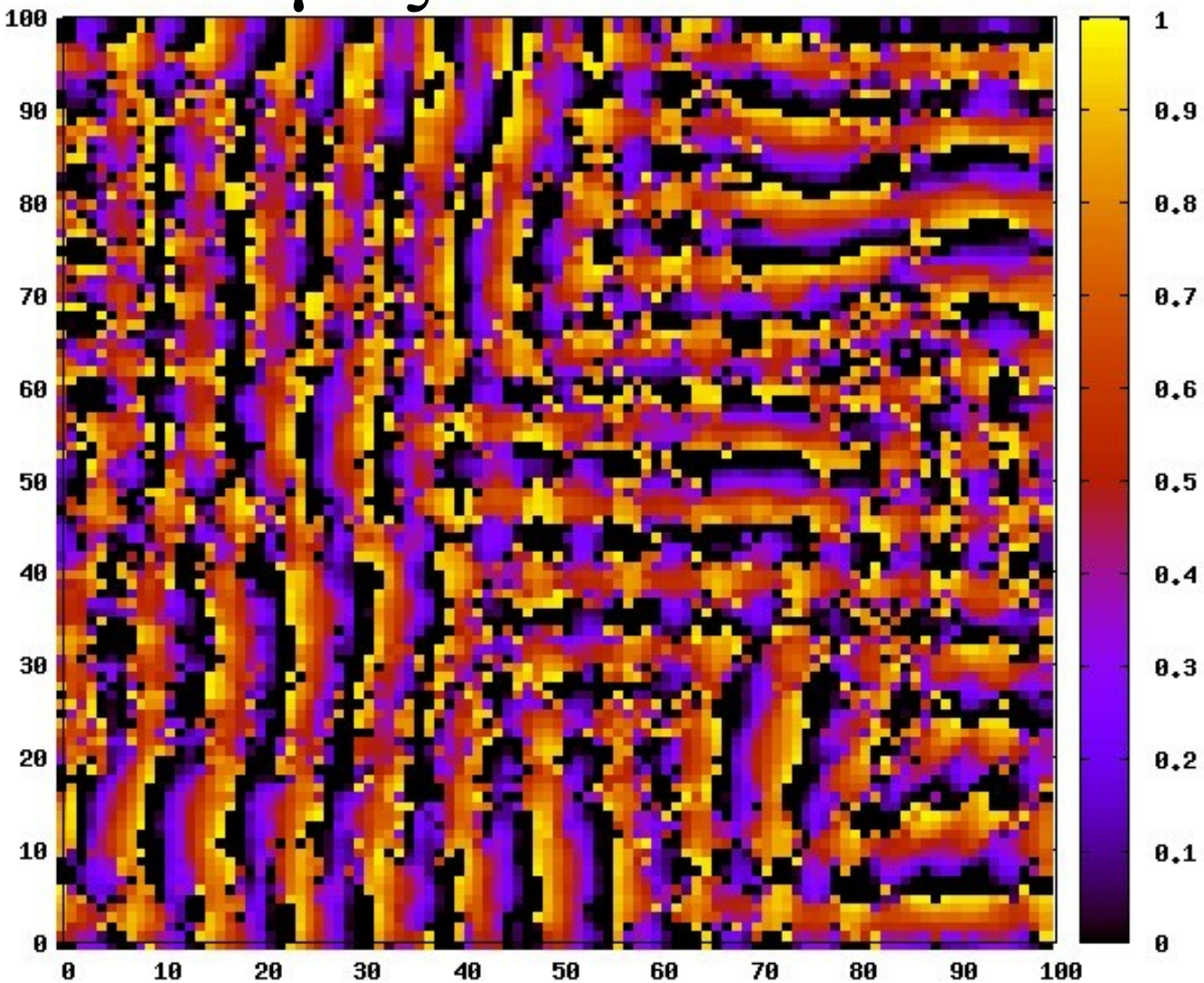
- $N=100$
- $N_R= 121$
- $\sigma= 0.7$
- $\upsilon_{th}=0.98$
- $m=1$
- $t_{ref}=500dt=0.5$ (22%Ts)

Η δομή για λιγότερους αλληλεπιδρόντες νευρώνες εμπεριέχει προηγούμενες δομές

- N=100
- **N_R= 121**
- σ= 0.7
- υ_{th}=0.98
- m=1
- t_{ref}=500dt=0.5 (22%Ts)

Η δομή για λιγότερους αλληλεπιδρόντες νευρώνες εμπεριέχει προηγούμενες δομές

- N=100
- **N_R= 121**
- σ= 0.7
- υ_{th}=0.98
- m=1
- t_{ref}=500dt=0.5 (22%Ts)



Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

- Όταν εμφανίζεται χιμαιρική κατάσταση το εύρος συχνοτήτων είναι μεγαλύτερο

Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

- Όταν εμφανίζεται χιμαιρική κατάσταση το εύρος συχνοτήτων είναι μεγαλύτερο
- Ο αριθμός αλληλεπιδρόντων νευρώνων N_R επηρεάζει το μέγεθος των ασυγχρόνιστων περιοχών

Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

- Όταν εμφανίζεται χιμαιρική κατάσταση το εύρος συχνοτήτων είναι μεγαλύτερο
- Ο αριθμός αλληλεπιδρόντων νευρώνων N_R επηρεάζει το μέγεθος των ασυγχρόνιστων περιοχών
- Η σταθερά αλληλεπίδρασης σ επηρεάζει τις συχνότητες

Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

- Όταν εμφανίζεται χιμαιρική κατάσταση το εύρος συχνοτήτων είναι μεγαλύτερο
- Ο αριθμός αλληλεπιδρόντων νευρώνων N_R επηρεάζει το μέγεθος των ασυγχρόνιστων περιοχών
- Η σταθερά αλληλεπίδρασης σ επηρεάζει τις συχνότητες
- Η δομή που σχηματίζεται επηρεάζεται και από τις δύο παραμέτρους σ , N_R

Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

- Πολυευστάθεια: Για τις ίδιες παραμέτρους ελέγχου παίρνουμε διαφορετικές δομές αλλάζοντας μόνο τις αρχικές συνθήκες.

Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

- Πολυευστάθεια: Για τις ίδιες παραμέτρους ελέγχου παίρνουμε διαφορετικές δομές αλλάζοντας μόνο τις αρχικές συνθήκες.
- Το σχετικό μέγεθος του N_R με το N^2 φαίνεται να επηρεάζει την δημιουργούμενη δομή.

Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

- Πολυευστάθεια: Για τις ίδιες παραμέτρους ελέγχου παίρνουμε διαφορετικές δομές αλλάζοντας μόνο τις αρχικές συνθήκες.
- Το σχετικό μέγεθος του N με το N^2 φαίνεται να επηρεάζει την δημιουργούμενη δομή.
- Οι χιμαιρικές καταστάσεις είναι ευσταθείς όταν η δομή που δημιουργείται έχει υψηλότερη συμμετρία.

Ανακεφαλαίωση - Συμπεράσματα

- Πολυευστάθεια: Για τις ίδιες παραμέτρους ελέγχου παίρνουμε διαφορετικές δομές αλλάζοντας μόνο τις αρχικές συνθήκες.
- Το σχετικό μέγεθος του N με το N^2 φαίνεται να επηρεάζει την δημιουργούμενη δομή.
- Οι χιμαιρικές καταστάσεις είναι ευσταθείς όταν η δομή που δημιουργείται έχει υψηλότερη συμμετρία.
- Σταθερές και συμμετρικές χιμαιρικές καταστάσεις δημιουργούνται όταν τα πηγάδια συχνοτήτων είναι βαθύτερα.

Ανοιχτά Προβλήματα

- Πιο εκτενής ανάλυση των παραμέτρων.
- Βαθμονόμηση των φυσικών μεγεθών.
- Εντροπία (σχέση με την ευστάθεια των χιμαιρικών καταστάσεων ;)
- Μορφοκλασματική (Fractal) συνδεσμολογία.
- Επέκταση σε τρείς διαστάσεις.
- Επίδραση εξωτερικών Η/Μ πεδίων.
- Σύνδεση με νευροεκφυλιστικές ασθένειες.

Ευχαριστίες

- Θα ήθελα να ευχαριστήσω τα μέλη της τριμελούς επιτροπής:

  Αστέρω Προβατά (ΕΚΕΦΕ “Δ”)

  Ιωάννη Κομίνη (ΕΜΠ)

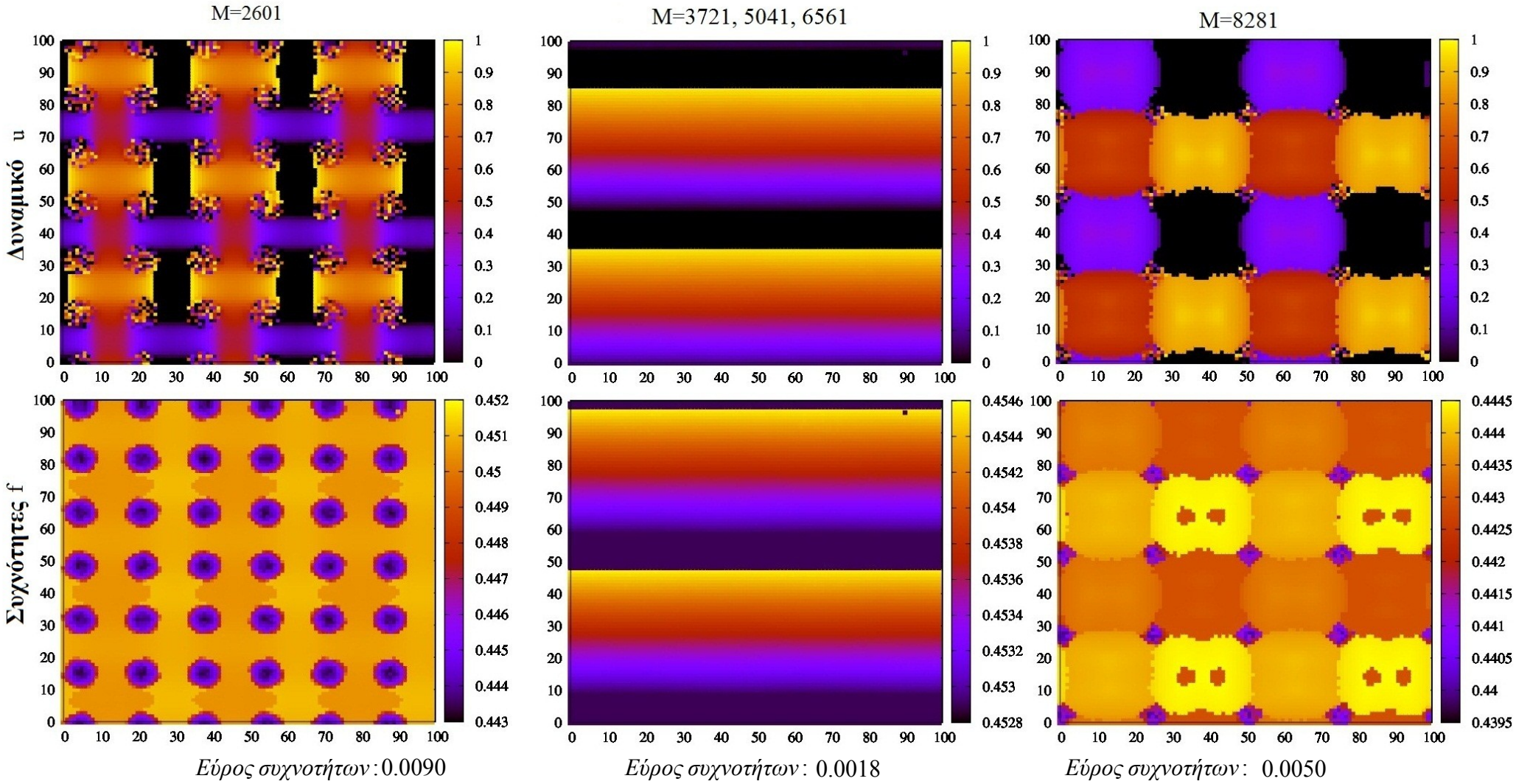
  Παναγιώτη Τσόπελα (ΕΜΠ)
- Καθώς και τους συνεργάτες:

  Ι.Χιτζανίδη (Πανεπ. Κρήτης),

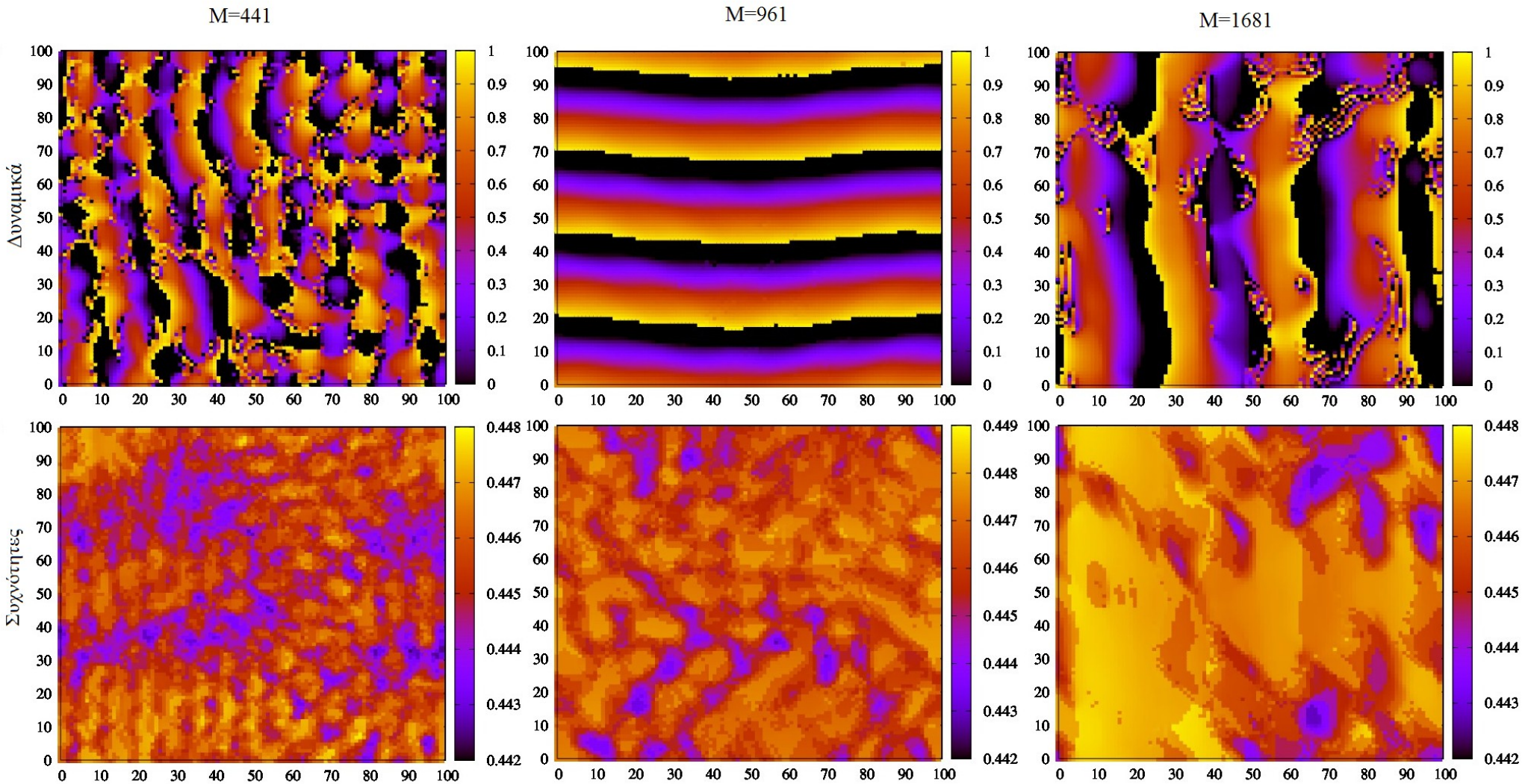
  A.Schmidt(TU Berlin), P.Hoevel(TU Berlin)

Ευχαριστώ για την προσοχή σας!

Αριθμός αλληλεπιδρόντων γειτόνων



Αριθμός αλληλεπιδρόντων γειτόνων



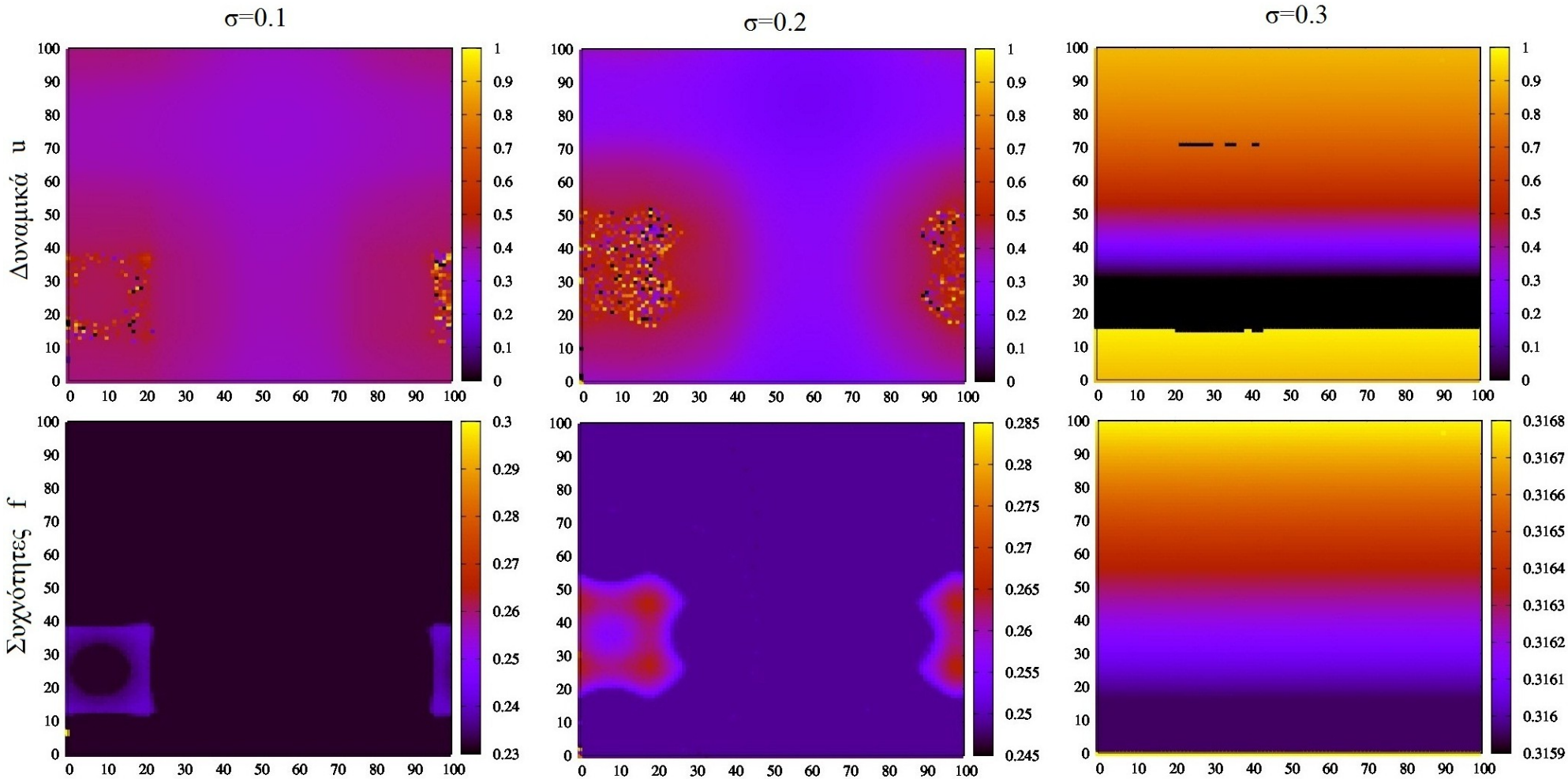
Σταθερά αλληλεπίδρασης

- N=10000
- M= 2601
- σ=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9
- υ_{th}=0.98
- m=1
- t_{ref}=500dt=0.5 (22%)

Σταθερά αλληλεπίδρασης

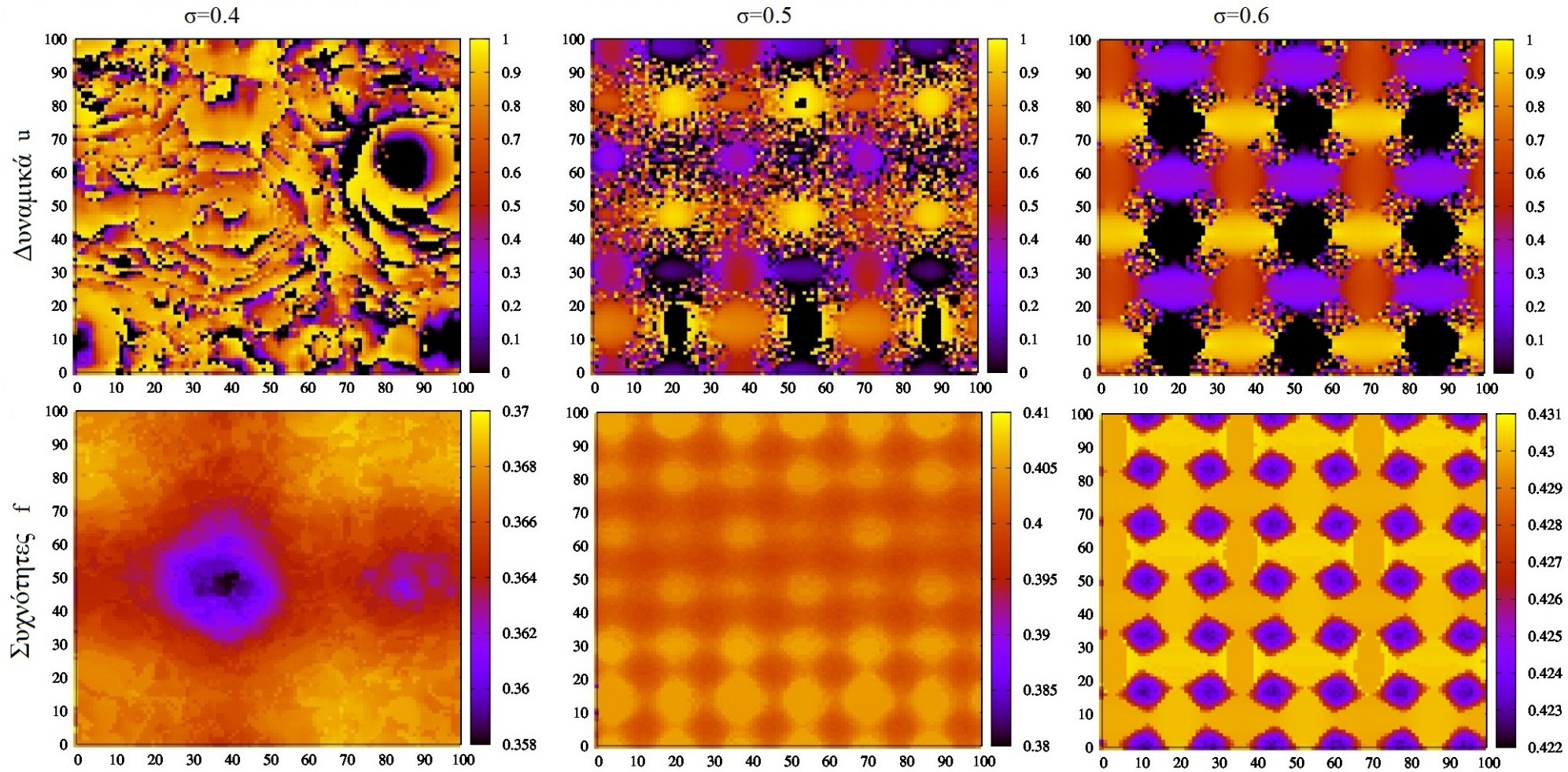
- N=10000
- M= 2601
- σ=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9
- υ_{th}=0.98
- m=1
- t_{ref}=500dt=0.5

Σταθερά αλληλεπίδρασης



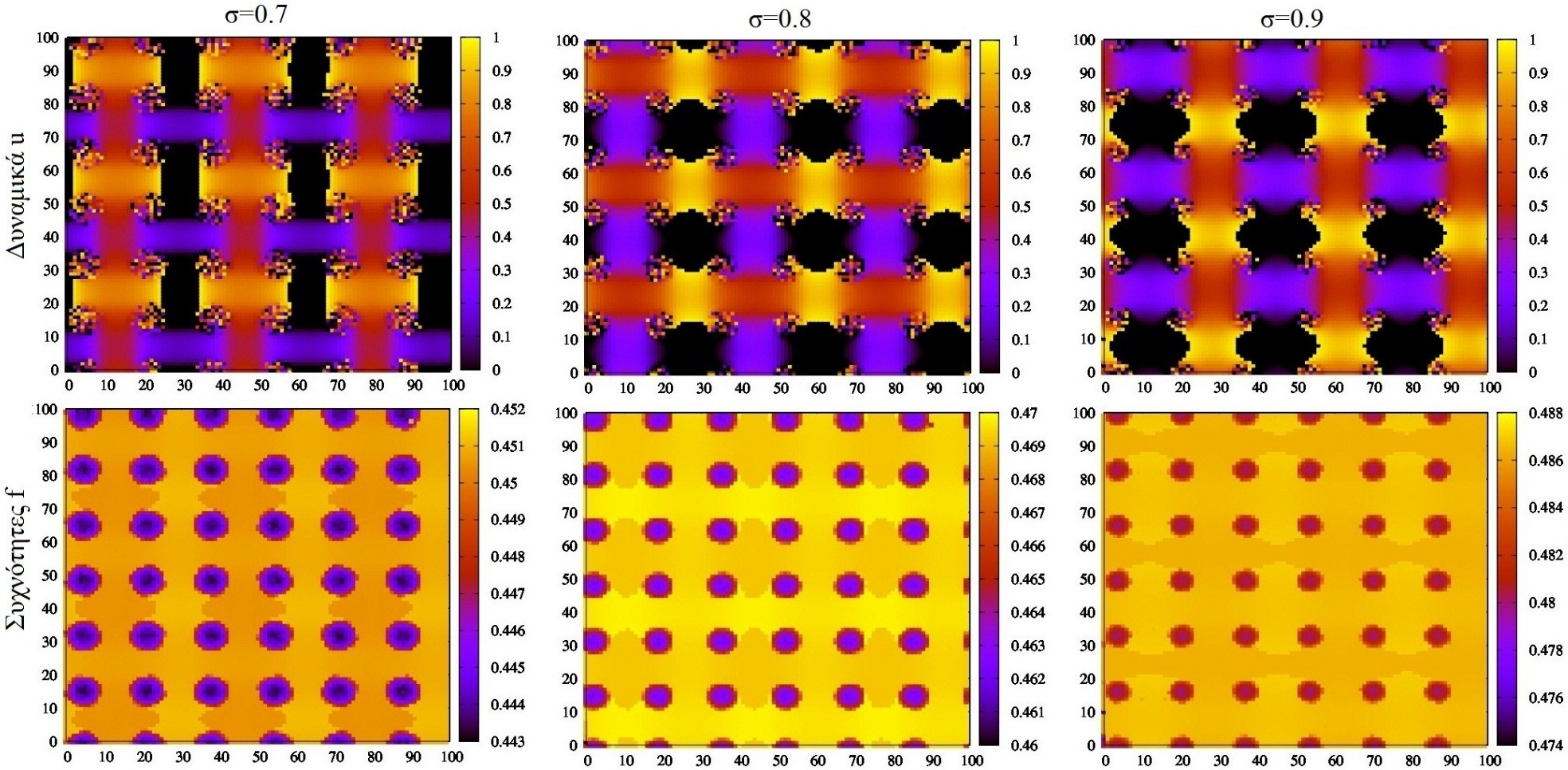
Εύρος συχνοτήτων: 0.0700 | Εύρος συχνοτήτων: 0.0400 | Εύρος συχνοτήτων: 0.0009

Σταθερά αλληλεπίδρασης



! ! Μεταστάθεια σε $\sigma = 0.6$

Σταθερά αλληλεπίδρασης



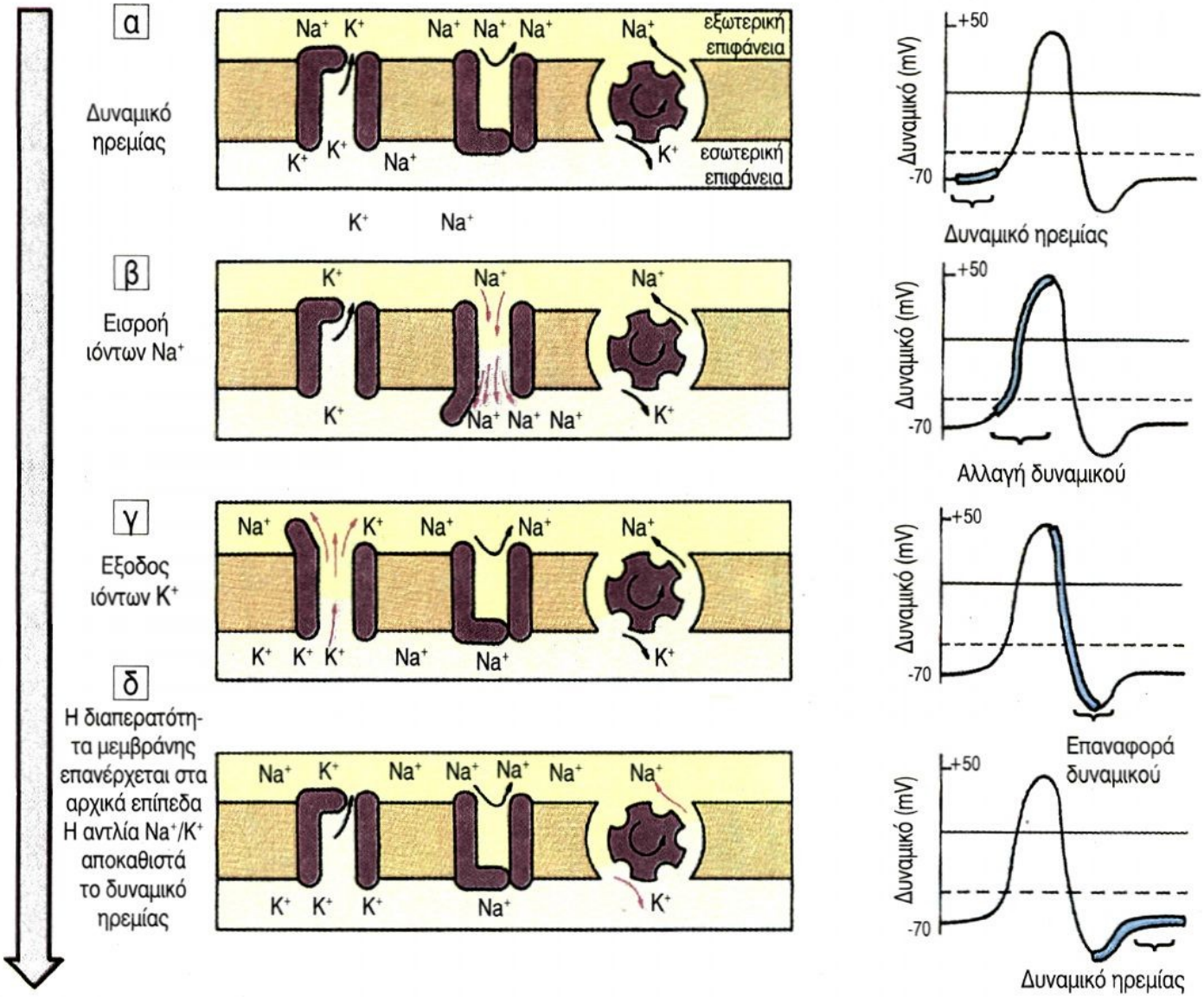
Εύρος συχνοτήτων: 0.0090 *Εύρος συχνοτήτων*: 0.0100 *Εύρος συχνοτήτων*: 0.0140

Νευρική ώση

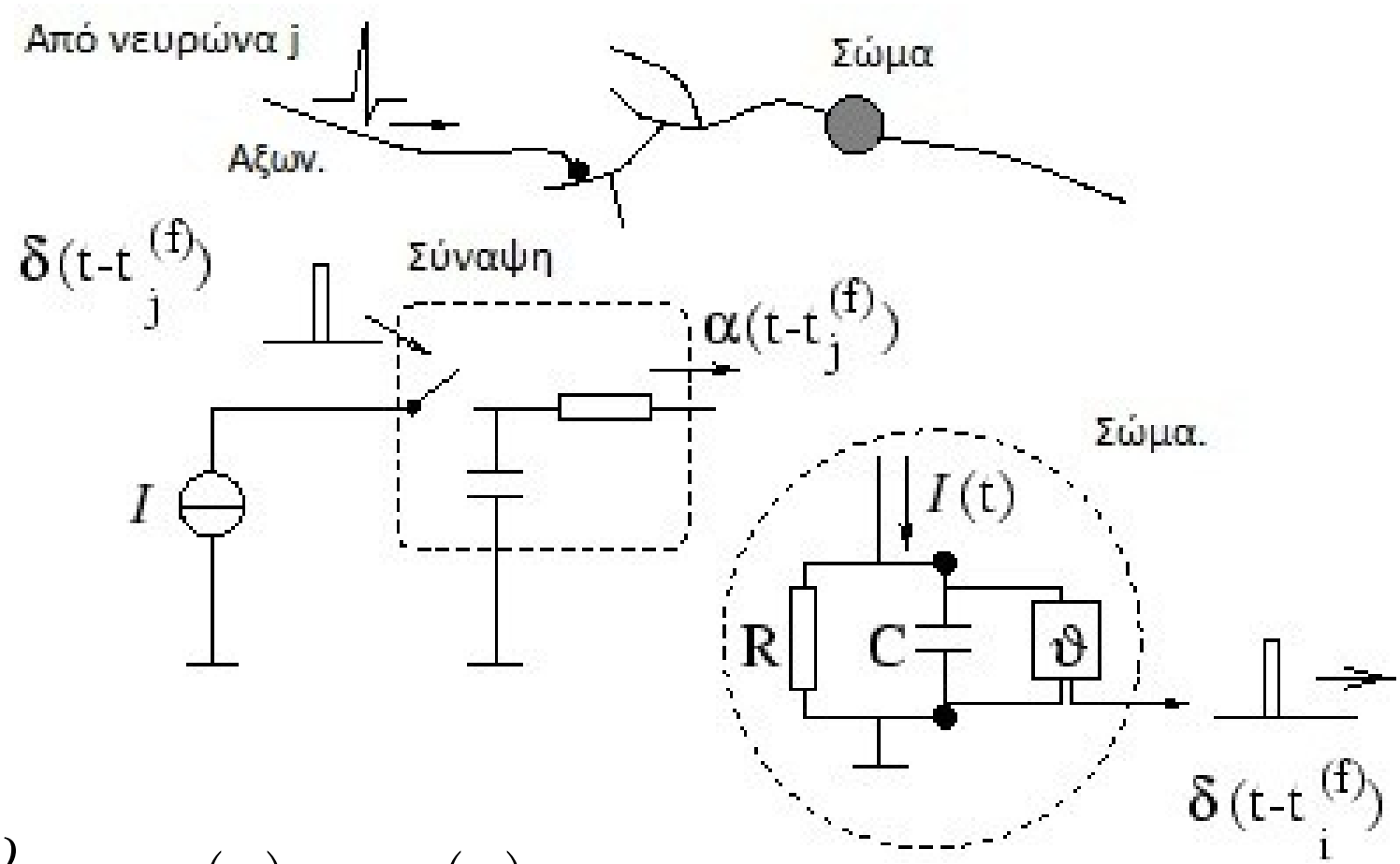
- Έτσι καλείται η κυματομορφή που δημιουργείται από εξωτερικό ερέθισμα (χημικό ,θερμικό, ηλεκτρικό, μηχανικό...)στην μεμβράνη του νευρώνα.
- Ανίσχυρα εξωτερικά ερεθίσματα δεν προκαλούν νευρικές ώσεις .
- Μετά την δημιουργία μίας νευρικής ώσης ακολουθεί σύντομος χρόνος (0.5-2 msec) όπου ο νευρώνας αδυνατεί να ανταποκριθεί σε περαιτέρω ερεθίσματα. Αυτός ο χρόνος καλείται απόλυτη ανερέθιστη περίοδος ή ***χρόνος εφησύχασης***.

Δυναμικό ηρεμίας και Νευρική ώση

- Η μεμβράνη του νευρικού κυττάρου εσωκλείει ανιόντα (PO_4^{-3}, SO_4^{-2} κ.α.) και κατιόντα K+.
- Στην εξωτερική της επιφάνεια έχουμε κατιόντα Na+.
- Ενδεικτικά το δυναμικό μεμβράνης σε ισορροπία είναι: εσωτερικά -70mV και εξωτερικά 0mV.
- Κατά την έλευση νευρικής ώσης Na+ περνάνε στο εσωτερικό της μεμβράνης, στην συνέχεια K+ εξέρχονται από αυτήν και τέλος με μία βιολογική διεργασία που καλείται αντλία Na+/K+ αποκαθίσταται η ισορροπία.
- Η όλη διαδικασία διαρκεί ενδεικτικά ~3-4 msec.

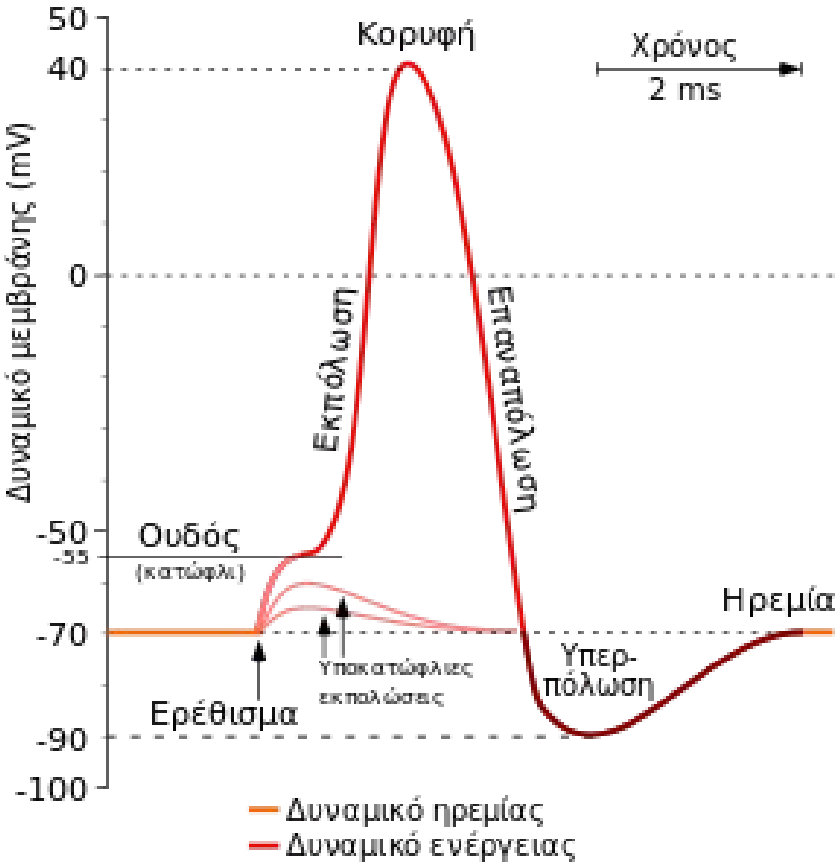

α
Δυναμικό ηρεμίας
Na+ K+ Na+ Na+ Na+ Na+
εξωτερική επιφάνεια
εσωτερική επιφάνεια
K+ K+ Na+ K+
K+ Na+
+50
Δυναμικό (mV)
-70
Δυναμικό ηρεμίας
β
Εισροή ιόντων Na+
K+ Na+ Na+
K+ Na+ Na+ Na+ K+
Αλλαγή δυναμικού
γ
Εξοδος ιόντων K+
Na+ K+ Na+ Na+ Na+
K+ K+ K+ Na+ Na+ K+
Επαναφορά δυναμικού
δ
Η διαπερατότητα μεμβράνης επανέρχεται στα αρχικά επίπεδα Η αντλία Na+/K+ αποκαθιστά το δυναμικό ηρεμίας
Na+ K+ Na+ Na+ Na+ Na+ Na+
K+ K+ K+ Na+ K+
Δυναμικό ηρεμίας

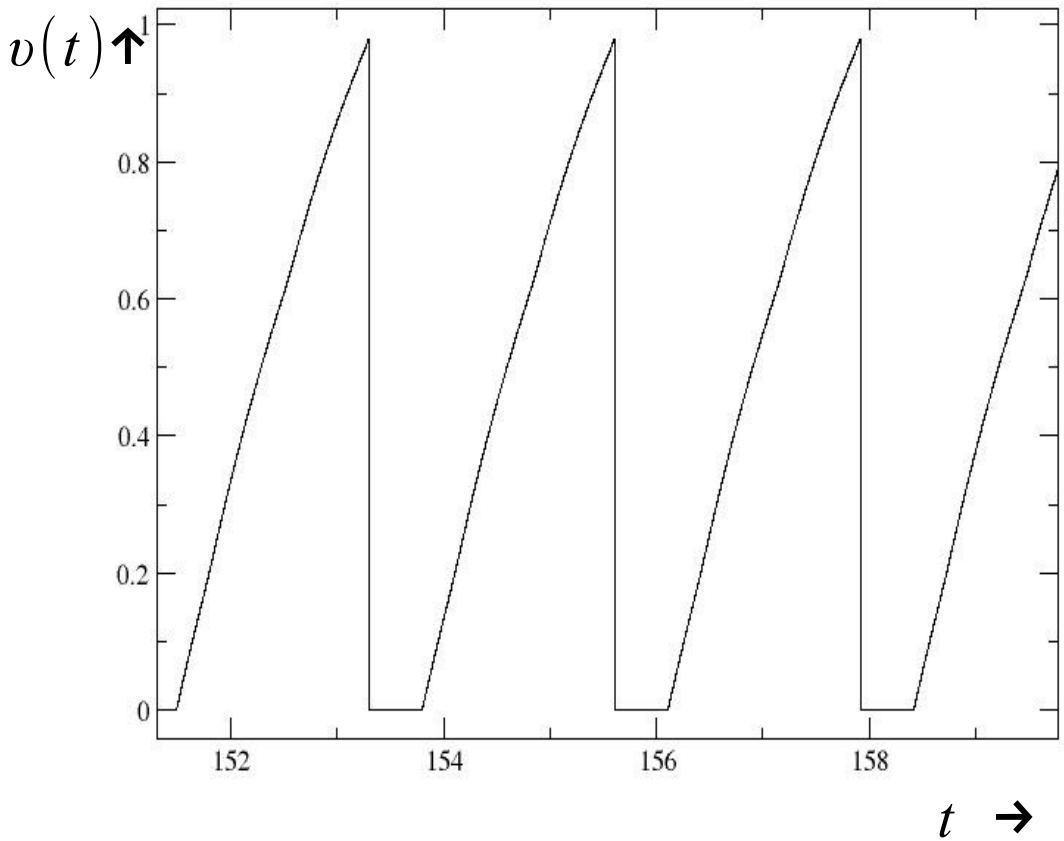
Ηλεκτρονικό ανάλογο του μοντέλου LIF.



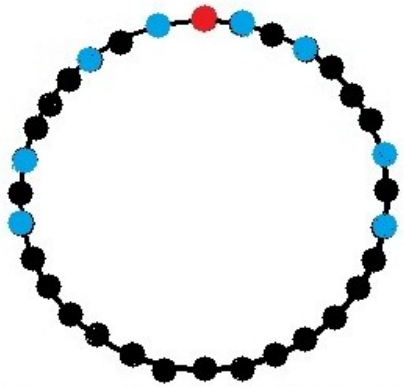
$$\tau_m \frac{dv}{dt} = -v(t) + RI(t)$$

Σύγκριση λειτουργίας νευρώνα για LIF με βιολογικό σύστημα.



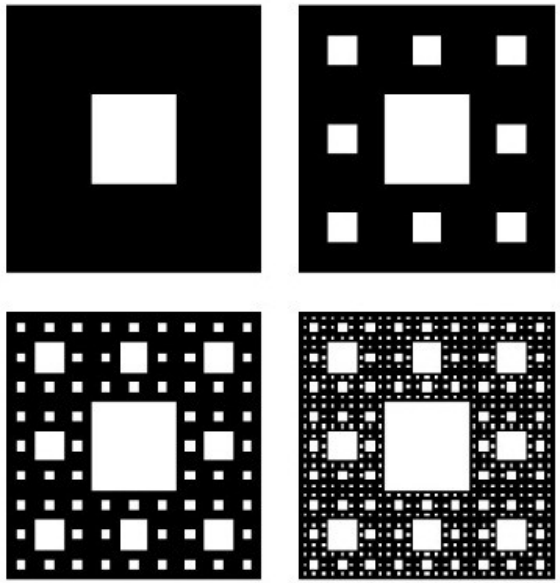


Σύνδεση μορφοκλασματικής δομής.

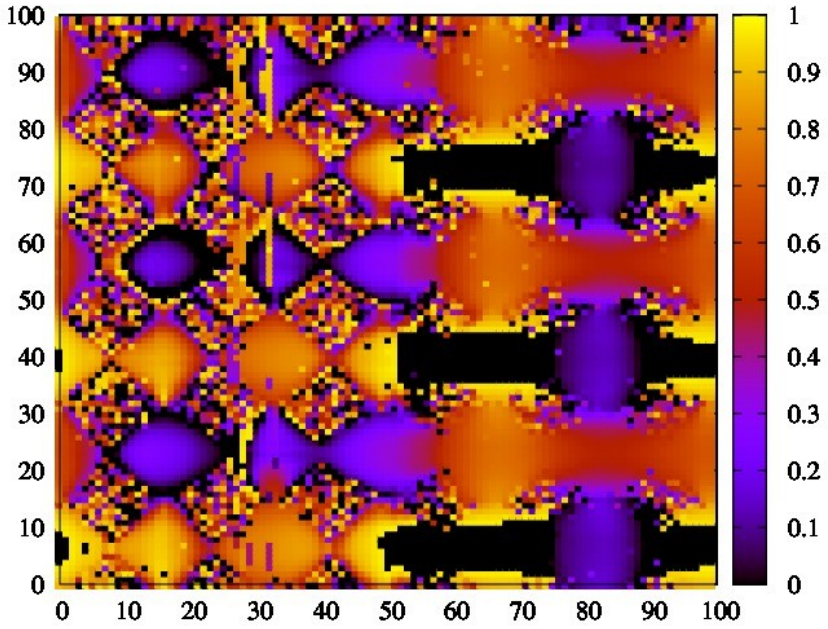


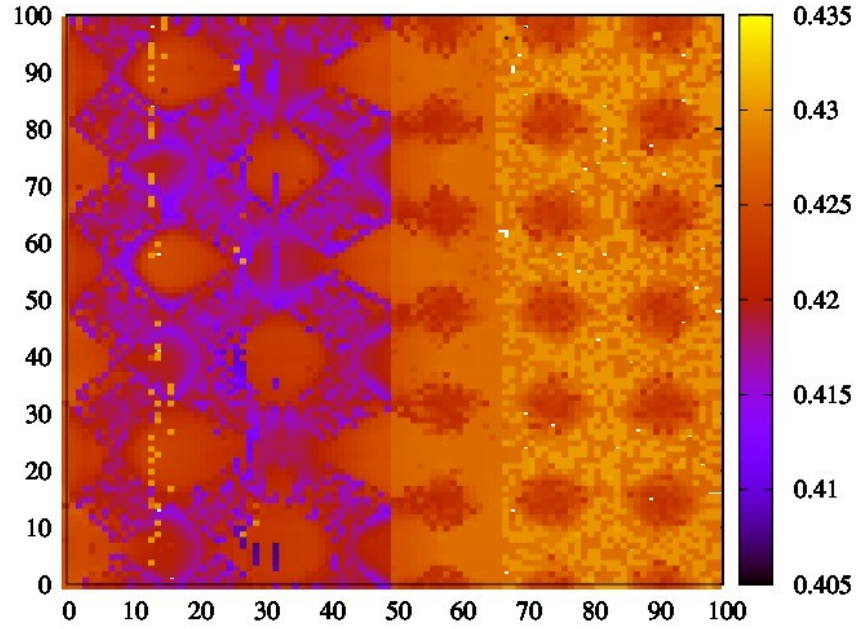
Απεικόνιση αλληλεπίδρασης με cantor set σε δεύτερη τάξη.

Cantor Set. Με βάση 1-0-1.
Άρα σε δεύτερη τάξη θα έχω :
101000101
Και σε τρίτη τάξη θα έχω :
101000101000000000101000101



Cantor Set σε 2-D με βάση τετράγωνο σε 1η 2η και 3η τάξη.


100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0

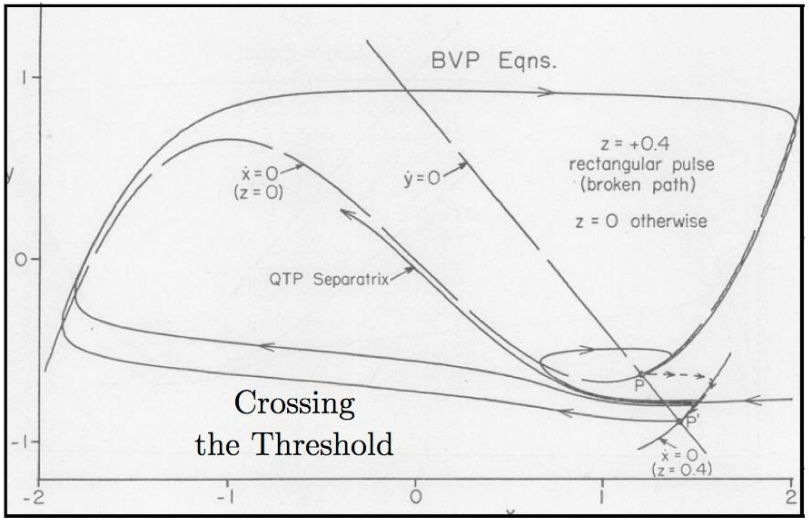

100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100
0.435
0.43
0.425
0.42
0.415
0.41
0.405

Μοντέλο FitzHugh Nagumo

$$\dot{x} = c(y + x - x^3/3 + z)$$

$$\dot{y} = -(x - a + by)/c$$

$$0 < b < 1\ ,\ b < c^2\ ,\ 1 - \frac{2b}{3} < a < 1$$



A limit Cycle carved out by FN model.